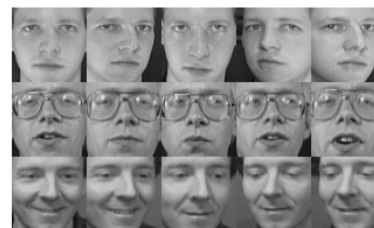




DOI: 10.12086/oe.2018.170744

基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域人脸识别



酒明远, 陈恩庆, 齐林*, 帖云

郑州大学信息工程学院, 河南 郑州 450001

摘要: 分数阶傅里叶变换是信号处理与分析的一个重要工具, 通过将图像信号投影到不同角度的时频平面可以表征图像的内容信息, 其在人脸识别任务中显示出很好的性能。但是分数阶傅里叶变换存在阶次选择的问题, 即在没有先验知识的情况下, 无法预先知道哪一个阶次的分数阶傅里叶变换域特征具有最好的判别性能。受机器学习中的多核学习理论启发, 本文探讨了分数阶傅里叶变换中阶次选择问题和多核学习理论的联系, 通过将不同阶次的分数阶傅里叶变换域特征的线性核矩阵作为多核学习网络的输入, 结合支持向量机, 交替优化更新多核网络中的系数和支持向量机的参数, 自动学习多阶次分数阶傅里叶变换域特征的系数, 实现多阶次分数阶傅里叶变换域特征的融合。将所提算法应用到人脸识别任务中, 在 ORL 人脸数据集和扩展 YaleB 人脸数据集上的实验显示所提算法的可行性和有效性。

关键词: 分数阶傅里叶变换; 多核学习; 人脸识别; 特征融合

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

引用格式: 酒明远, 陈恩庆, 齐林, 等. 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域人脸识别[J]. 光电工程, 2018, 45(6): 170744

Multiple order fractional Fourier transformation for face recognition based on multiple kernel learning

Jiu Mingyuan, Chen Enqing, Qi Lin*, Tie Yun

School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China

Abstract: Fractional Fourier transformation (FRFT) is a very useful tool for signal processing and analysis, which can well represent the content of the image by projecting it to the time-frequency plane. The features extracted by 2D-FRFT have shown very promising results for face recognition. However, there is one problem when dealing with 2D-FRFT: it is hard to know that which order of 2D-FRFT (the angle of projection of time-frequency plane) is best for the specific task without prior knowledge. In spirit of multiple kernel learning in machine learning, we discuss the relations between the order selection in 2D-FRFT and kernel selection in multiple kernel learning. By treating the linear kernels over different features from 2D-FRFT with different orders as the input to multiple kernel learning framework, and also by applying support vector machines (SVM) on top of the learned kernels, we can update the weights in the multiple kernel learning framework and SVM parameters through alternative optimization. Therefore, the problem of order selection of 2D-FRFT is solved by the off-the-shelf algorithm of multiple kernel learning. The

收稿日期: 2017-12-31; 收到修改稿日期: 2018-05-02

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61331021)

作者简介: 酒明远(1987-), 男, 博士, 讲师, 主要从事模式识别、图像处理的研究。E-mail: iemyjiu@zzu.edu.cn

通信作者: 齐林(1961-), 男, 博士, 教授, 主要从事模式识别、图像和信号处理的研究。E-mail: ielqi@zzu.edu.cn

experiments of face recognition on ORL dataset and extended YaleB dataset show the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: fractional Fourier transformation; multiple kernel learning; face recognition; feature fusion

Citation: Jiu M Y, Chen E Q, Qi L, *et al.* Multiple order fractional Fourier transformation for face recognition based on multiple kernel learning[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170744

1 引言

人脸识别是图像处理和计算机视觉领域内一个经典的研究内容, 由于其在现实场景中具有很大的需求和广泛的应用场景, 例如: 身份的识别和验证、用于公共安全的人脸跟踪、人机交互中表情行为分析等, 因此一直是模式识别方向的研究热点^[1-5]。人脸识别是将静态图像或者视频中检测出的人脸与数据库中的人脸进行匹配, 把属于同一人的人脸识别为同一类别。由于实际应用对识别系统的实时性、鲁棒性、准确性具有苛刻的要求, 因此人脸识别问题仍然是一个比较具有挑战性的任务, 困难主要来自于两个方面: 1) 人脸受到面部表情变化、姿态、年龄等因素引起的类内变化; 2) 受到外部环境(如光照、遮挡等)及人为的改变(如眼镜、化妆等)而引起的人脸类间变化。这两种变化是高度复杂且无法预测, 造成提取的描述特征产生较大差异进而引起后续的机器识别异常。

最近几十年来, 研究者针对人脸识别提出了大量的算法, 按照特征表达的方式可以分为全局特征表达和局部特征表达。其中全局特征是用一组特征向量表示人脸的全局信息, 包括主动形状模型^[6](active shape model, ASM)、主动表观模型^[7](active appearance model, AAM)、特征脸方法^[8](eigenface)等, 这一类方法能够有效地表达人脸的整体特征, 但忽视了局部的变化; 局部特征表达则是针对脸部中有意义的局部(眼睛、嘴巴、鼻子等)提取出特征并将不同位置的特征级联, 此种方法包括局部描述子 Gabor、局部二值模式^[9](local binary pattern, LBP)、梯度方向直方图^[10](histogram of gradients, HOG)、基于视觉兴趣点的模型如词典模型的特征表达^[11](bag-of-words model, BOW)、形状上下文特征^[12](shape context, SC)等, 此类特征具有较强的鲁棒性, 能够有效地抵抗噪声影响及一定程度的形变。由于上述提及的特征基本上都是人为设计的, 是根据人脸的先验结构和学者的专业知识设计出的能够表达人脸信息的特征, 因此设计的特征可能不是最利于分类识别的特征。

近年来以卷积神经网络(convolutional neural network, CNN)^[13-15]为代表的深度学习属于自动学习特征的机器方法, 其在计算机视觉领域取得了突破性进展, 极大地推动了图像识别系统的性能, 在目标识别、分割和跟踪等任务中已非常接近人类的视觉系统的性能。卷积神经网络通过仿生物视觉系统的框架设计, 考虑邻域像素的相关性, 经过多层卷积和非线性变换, 逐级学习一个从低层简单到高层复杂抽象的语义表达, 通过非监督和监督的端对端学习方式, 学习判别力强的图像特征, 有效地表达图像的语义内容。借助图形处理器(graphics processing unit, GPU), 我们能够学习极深的复杂深度学习网络, 进而得到更加有判别力的特征。深度学习思想已经扩展到图像处理和信号处理的各个领域, 通过构建深度的网络提高不同的任务性能, 然而深度学习目前缺乏完善的理论基础, 且大多是根据经验选择网络层数和结构, 学习算法无法保证全局最优解; 同时卷积神经网络的参数比较多, 对硬件的需求较高, 在对功耗要求严格的设备中难于应用, 而傅里叶变换及分数阶傅里叶变换用硬件快速实现, 在信号处理和分析中傅里叶变换仍占有重要位置。最近, Bruna 和 Mallet 运用小波变换来解释卷积神经网络, 提出了 Scattering 网络^[16], 通过迭代运用小波变换, 将信号逐级分解到不同频域范围内, 在纹理分类中取得了与卷积神经网络相当的性能。

本文受 Scattering 网络启发, 将分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)^[17]与神经网络结合起来, 多阶次分数阶傅里叶变换后的系数作为图像的特征, 运用支持向量机对融合后的分数阶傅里叶变换特征分类。由于不同阶次的分数阶傅里叶变换是对信号在不同角度下进行频域分解, 体现出不同的能量分布, 可以提取不同的细节特征, 具有不同的分类性能, 然而阶次的选择问题是分数阶傅里叶变换中一个较难解决的问题, 通常是经验选择阶次。如何在不同的任务中表征不同阶次的性能并找出一组最优的阶次组合, 是分数阶傅里叶变换应用中的一个难点。本文将分数阶傅里叶变换的阶次选择和支持向量机 (support

vector machine, SVM)^[18]中核函数的选择联系起来,因为在支持向量机中不同的核函数具有不一样的分类性能,如何找出并设计性能最好的核函数是核学习领域中一个重要的研究方向,多核学习理论就是针对核函数的选择学习问题提出的一种方法,它是学习多个基核函数的凸线性结合,相比于单个核函数,融合后的核函数具有最好的分类性能。由于分数阶傅里叶变换中的阶次选择问题和 SVM 中核函数选择学习有一定的相似性,本文尝试运用机器学习的方法解决分数阶傅里叶变换中阶次选择问题。

由于分数阶傅里叶变换对光照、表情等具有较强的鲁棒性^[19-21],本文提取人脸在不同阶次下的分数阶傅里叶变换域作为特征,运用机器学习中多核学习理论研究多阶次分数阶傅里叶变换特征中阶次选择问题,借助端对端的监督学习模式,直接将不同阶次下的分数阶傅里叶变换域特征和人脸识别的分类器相连,通过随机梯度下降法学习一组不同阶次的特征的组合系数,该系数直观地反应了不同阶次的分数阶傅里叶变换特征的判别能力,同时多阶次分数阶傅里叶变换的特征融合则进一步提升识别的性能。下面第二节介绍二维离散分数阶傅里叶变换及其特征表示方式,第三节则首先介绍多核学习理论及其学习算法,其次介绍如何将多阶次分数阶傅里叶变换选择问题转换为多核学习问题;第四节和第五节分别给出实验结果和本文结论。

2 二维离散分数阶傅里叶变换特征提取

近年来,分数阶傅里叶变换作为一种广义的傅里叶分析方法在信号处理领域掀起了不小的高潮,分数阶傅里叶变换可以看成是信号在时频平面内坐标轴绕原点作逆时针旋转。如果旋转的角度是 $\pi/2$ 的整数倍,则此时分数阶傅里叶变换就是傅里叶变换,如果旋转角度是 $\pi/2$ 的分数倍,此时新的变换算子称为分数阶傅里叶变换,信号在分数阶傅里叶域上的表示同时融合了信号在时域和频域的信息。

假定图像信号 $I(x, y)$ 的大小为 $M \times N$, 其中 $1 \leq x \leq M$, $1 \leq y \leq N$ 和 $N \leq M$, 二维离散分数阶傅里叶变换可以表示为

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N H_{p_1, p_2}(x, y; u, v) I(x, y) \quad (1)$$

$$H_{p_1, p_2}(x, y; u, v) = H_{p_1}(x, u) H_{p_2}(y, v) \quad (2)$$

其中 $H_{p_1, p_2}(x, y; u, v)$ 为分数阶傅里叶变换的核函数(注意区别第三节中多核学习中的核函数),可以在 x 轴和 y 轴分离计算得到,具体形式为

$$H_{\varphi_x}(x, u) = \begin{cases} A_{\varphi_x} e^{i\pi(x^2 \cot \varphi_x - 2xu \csc \varphi_x + u^2 \cot \varphi_x)}, & \text{if } \varphi_x \neq n\pi \\ \delta(x-u), & \text{if } \varphi_x = 2n\pi \\ \delta(x+u), & \text{if } \varphi_x = (2n \pm 1)\pi \end{cases} \quad (3)$$

$$A_{\varphi_x} = \frac{e^{-i(\pi \operatorname{sgn}(\sin \varphi_x)/4 - \varphi_x/2)}}{\sqrt{|\sin \varphi_x|}} \quad (4)$$

其中: $\varphi_x = p_1 \pi / 2$ 为变换角度, p_1 和 p_2 为分数阶傅里叶变换在 x 轴和 y 轴上的阶次。在实际应用中,通常设置 $p_1 = p_2 = p$, 由于分数阶傅里叶变换具有周期性和对称性,因此通常只考虑 $0 \leq p \leq 1$ 的情况。分数阶傅里叶变换其实是图像信号在 chirp 信号基上的展开,如果信号与某个 chirp 基信号的调频率相吻合,则信号在该基信号上形成一个冲激函数,即在这个阶次上具有最好的能量聚集特性。

本文采用分数阶傅里叶变换后的系数作为简单的图像特征,式(1)可以表示为实部和虚部:

$$F(u, v) = \operatorname{Re}_{p_1, p_2}(u, v) + j \operatorname{Im}_{p_1, p_2}(u, v) \quad (5)$$

为了考察不同阶次对识别性能的影响,本文对分数阶傅里叶变换系数未做进一步的处理,如主成分分析降维,直接将实部和虚部作为图像的两种特征,把 $\operatorname{Re}_{p_1, p_2}(u, v)$ 和 $\operatorname{Im}_{p_1, p_2}(u, v)$ 向量化,以下用 $f_{p_1, p_2}^{\operatorname{Re}}(I)$ 和 $f_{p_1, p_2}^{\operatorname{Im}}(I)$ 表示从图像提取的分数阶傅里叶特征,之后采用支持向量机进行下一步的分类。图 1 给出了不同阶次下人脸图像的实部和虚部的特征。

3 多核学习理论

3.1 多核学习理论

多核学习理论^[22-25]是核学习领域中一个重要方向,它是从一组基核中自动地学习一个线性凸结合,使学习的核函数的性能最好。给定一个包含 ℓ 个图像的训练集 $\mathcal{L} = \{(I_i, y_i)\}_{i=1}^{\ell}$, 其中 y_i 是图像 I_i 的类别 $\{-1, +1\}$, $f(I_i)$ 是从图像 I_i 中提取的特征,例如上节中所叙述的分数阶傅里叶特征,在分类任务中我们的目标是学习一个基于核函数的支持向量机,其中核函数衡量了训练集中两个图像的特征相似度,它是一个半正定函数,以下用 κ 表示核函数,常用的核函数有:线性核函数、多项式核函数、高斯核函数、直方图交叉核函数等。对同一训练集,我们可以从不同的特征

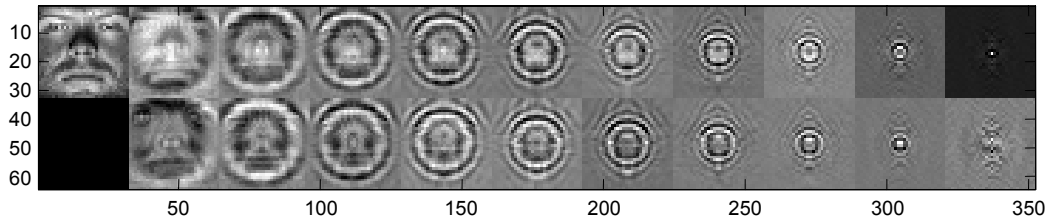


图 1 不同阶次下的分数阶傅里叶变换域的特征。第一行为实数域特征，第二行为虚数域特征，从左到右阶次 p 分别 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1

Fig. 1 Visualization of the 2D-FRFT features for one face. The first row is the features from the real coefficients of 2D-FRFT, and the second row is the imagine coefficients of 2D-FRFT. p value is 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1 from left to right

空间得到不同的基核函数，然而不同的基核函数具有不同的分类性能，在没有先验知识的情况下，如何找出或者设计出判别力更强的核函数是核学习中需要解决的问题。

多核学习理论则是在给定多个基核函数下，学习一组线性凸结合的系数，使融合后的核函数表达能力更强。其基本目标如下：

$$\begin{cases} \kappa_{\text{sum}} = w_1\kappa_1 + w_2\kappa_2 + \dots + w_J\kappa_J \\ \text{s.t. } w_1 + w_2 + \dots + w_J = 1, w_j \geq 0, j = 1, \dots, J \end{cases} \quad (6)$$

其中有 J 个基核函数， $w_j \{j = 1, \dots, J\}$ 是每个基核所对应的系数，第二个限制条件保证了学习的系数是凸线性结合。由核学习理论得到融合后的核函数 κ_{sum} 也是半正定核函数，保证了其在支持向量机的学习收敛于全局最优解。

将融合后的核函数应用到支持向量机的分类学习中，可以通过监督学习多核系数 $w_j \{j = 1, \dots, J\}$ ，考虑到图像训练集中有 K 个类别，运用 1-vs-all 准则可以学习 K 个 SVM 分类器 $\{g_k\}_k$ ，其学习的损失函数为

$$\min_{w, \{g_k\}} \sum_{k=1}^K C_k \sum_{i=1}^{\ell} \max(0, 1 - y_i^k g_k(x_i)) + \frac{1}{2} \|\mathbf{g}_k\|_{\mathcal{H}}^2 + \|\mathbf{w}\|_2 \quad (7)$$

其中： \mathbf{w} 为多核学习的系数向量， $C_k \geq 0$ 为惩罚因子，控制着 SVM 铰链损失项和正则项的取舍， $\|\mathbf{w}\|_2$ 是多核学习系数的正则项。根据表示理论，可以得到式(7)的对偶表达形式：

$$\begin{aligned} \min_w \max_{\alpha} & \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i^k - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{\ell} \alpha_i^k \alpha_j^k \mathbf{y}_i^k \mathbf{y}_j^k \\ & \cdot \kappa_{\text{sum}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) + \|\mathbf{w}\|_2 \\ \text{s.t. } & 0 \leq \alpha_i^k \leq C_k, \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i^k \mathbf{y}_i^k = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

根据 KKT 条件，SVM 的判决函数可以从 α 中计

算得到

$$g_k(\mathbf{I}) = \sum_{i=1}^{\ell} \alpha_i^k \mathbf{y}_i^k \kappa_{\text{sum}}(\mathbf{I}_i, \mathbf{I}) + b_k \quad .$$

多核学习理论主要是考虑如何优化式(6)和式(8)，得出最优的 $w_j \{j = 1, \dots, J\}$ ，近年来各国学者已经提出不同的优化算法来解决多核学习优化问题，例如 SimpleMKL^[24]，GMKL^[26]等。多核学习可以看做是一个两层的神经网络，不同于传统的神经网络，每个节点对应着一个核函数矩阵，而且第一层和第二层之间没有非线性变换，在第二层上放置一个支持向量机进行分类学习。

在本文工作中，松弛式(6)的约束，只保留 $w_j \geq 0 (j = 1, \dots, J)$ 的条件，同时将式(8)中 $\|\mathbf{w}\|_2$ 转换为 $\|\mathbf{w}\|_1$ ，以达到稀疏的目的。式(8)的优化涉及到 α 和 \mathbf{w} ，其中 α 为 SVM 的系数， \mathbf{w} 为多核学习系数，由于式(8)对两者不是凸函数，同时优化 α 和 \mathbf{w} 比较困难，因此通过交替优化算法实现。具体算法如下：首先固定 \mathbf{w} ，计算融合后的核函数 κ_{sum} ，利用 SVM 优化器(如 LIBSVM 库^[27])计算得到 α ；然后固定 α ，根据式(7)计算 \mathbf{w} 的梯度，根据梯度下降法更新 \mathbf{w} ；交替迭代更新 α 和 \mathbf{w} 直到收敛，在实验过程中我们观察到 200 次的交替优化能够保证损失函数收敛。

3.2 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换

根据 3.1 节的介绍，多核学习就是将多个基核函数进行线性融合，以期望学习到的核函数相比单个基核函数具有更好的模式表达能力。在本节中利用多核学习理论解决多阶次分数阶傅里叶变换的阶次选择问题。

根据核函数的特性，任何半正定核函数可以表示输入图像对在希尔伯特空间内的特征内积，其中对于线性核函数，可以直接表示为在原始特征空间的内积和，而多项式核函数的特征映射则是原始特征的张量空

间。因此利用线性核函数的这一简单特性，多核学习的系数可以直接对应于原始特征空间对分类的贡献。给定一组不同阶次下的分数阶傅里叶域的图像特征 $f_{p_1, p_2}^{\text{Re}}(\mathbf{I})$ 和 $f_{p_1, p_2}^{\text{Im}}(\mathbf{I})$ ，分别计算不同特征的线性核矩阵：

$$\mathbf{K}_{p_1, p_2}^{\text{Re}}(i, j) = \langle f_{p_1, p_2}^{\text{Re}}(I_i), f_{p_1, p_2}^{\text{Re}}(I_j) \rangle,$$

$$\mathbf{K}_{p_1, p_2}^{\text{Im}}(i, j) = \langle f_{p_1, p_2}^{\text{Im}}(I_i), f_{p_1, p_2}^{\text{Im}}(I_j) \rangle,$$

作为多核学习的输入，利用上面的交替优化算法得到一组系数，这个系数恰好对应着不同阶次分数阶傅里叶变换特征的识别能力，系数较大的则说明其对应阶次对识别有较大的贡献，反之亦然。图 2 显示了基于多核学习的分数阶傅里叶变换域人脸识别框架模型。

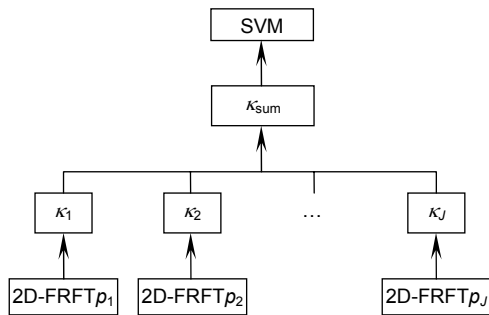


图 2 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域人脸识别系统模型

Fig. 2 The face recognition framework of multiple order FRFT based on multiple kernel learning

4 实验

本节中将提出的基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域特征应用到人脸识别任务中，主要在 ORL 和扩展 YaleB 人脸库上进行测试。ORL 人脸库是早期比较简单的人脸数据库，有 40 个人的 10 幅从不同角度下的头像，人脸基本不受光照的影响，在实际试验中图像被统一缩放到 64×64 分辨率。而扩展 YaleB 数据库是一个比较复杂的人脸库，它总共包含了 38 个人在 9 种姿态和 64 种光照条件下的 16128 幅头像，人脸比 ORL 数据库有更加复杂的形变，在实验中只考虑姿态为正面的人脸，其中有 2414 幅图像，所有的图像被统一缩放到 32×32 分辨率，图 3 给出了 ORL 和扩展 YaleB 数据集人脸的例子。对变换后的 ORL 和扩展 YaleB 图像按照第二节中的方法提取分数阶傅里叶变换的实部和虚部，阶次范围为 [0, 1]，阶次间隔为 0.01，因此对每幅图像可以表示为 202 个分

数阶傅里叶变换域特征。两个数据库随机均匀分成两个相同数量的子集，其中一个作为训练集，另外一个作为测试集，算法的性能用测试集中的识别率进行比较。

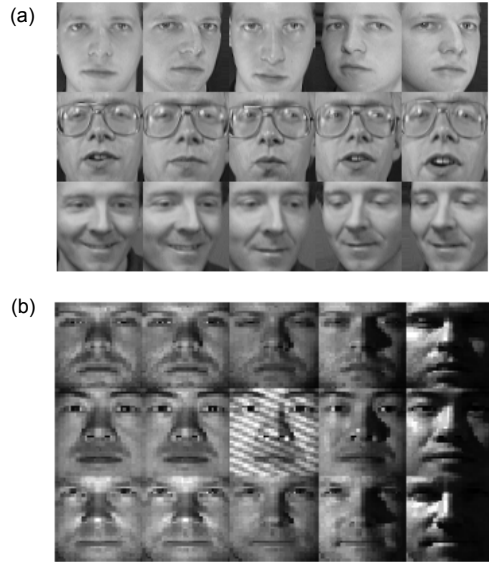


图 3 ORL 数据集(a)和扩展 YaleB 数据集(b)中人脸例子

Fig. 3 Face examples in ORL dataset and extended YaleB dataset

4.1 单阶次分数阶傅里叶变换域特征的性能

首先考察单个分数阶傅里叶变换域特征的分类性能，对每个特征在训练集上计算线性核矩阵，之后对每个类别用 LIBSVM 库学习一个 SVM，惩罚因子通过在训练集上的交叉验证方法得到。图 4 给出在 ORL 数据和 YaleB 数据测试集上单阶次的分数阶傅里叶变换域特征识别率图。横轴表示阶次 $p = [0:0.01:1]$ ，纵轴表示的是识别率，蓝色实线表示各个单阶次的分数阶傅里叶变换实数域特征的识别率，红色虚线表示各个单阶次的分数阶傅里叶变换虚数域特征的识别率。通过观察可以得出：1) 在 ORL 数据集和扩展 YaleB 数据集上当 $p = 0$ 时分数阶傅里叶变换就是信号本身，所以没有虚部特征，识别率出现了奇异点；2) 从识别率上可以看出 YaleB 数据集中由于光照阴影的影响，识别率较 ORL 数据集低。

4.2 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换的性能

然后运用本文提出的基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换融合学习算法，学习不同阶次的融合系数，表 1 给出了单阶次下最好的阶次与多核学习后的

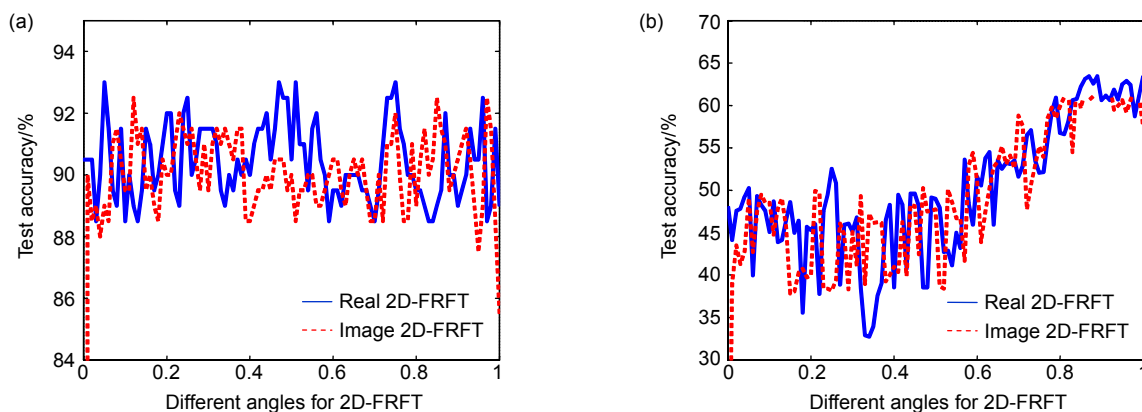


图 4 单阶次分数阶傅里叶变换特征在测试集上识别率。(a) ORL 数据集; (b) YaleB 数据集

Fig. 4 Performance of different single 2D-FRFT features. (a) ORL dataset; (b) YaleB dataset

表 1 最优单阶次分数阶傅里叶变换特征与多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域特征融合后的识别率对比

Table 1 Performance comparison of best single 2D-FRFT features and multiple 2D-FRFT fusion based on multiple kernel learning

	ORL 数据集/%	YaleB 数据集/%
单阶次下最优实数域特征	93.0	63.42
单阶次下最优虚数域特征	92.5	62.87
本文方法	94.5	69.39

识别率对比。可以看出：1) 在 ORL 数据集上当 $p = 0.01, 0.47, 0.51, 0.75$ 时单阶次分数阶傅里叶变换实数域的特征有最好的判别力，识别率为 93%，虚数域特征则在 $p = 0.13$ 时最优为 92.5%，利用多核学习后，识别率进一步提升为 94.5%；2) 在 YaleB 数据集上当 $p = 0.87, 0.89, 1$ 时单阶次分数阶傅里叶变换域特征有最好的判别力，识别率为 63.42%，虚数域特征则在 $p = 0.85$ 时最优为 62.87%，而多核学习后多阶次傅里叶变换域特征的识别率提升到 69.39%。可以很明显的看出，在两个数据集上基于多核学习的分数阶傅里叶变换特征能够有效提高识别率，由此得出两个数据集上的实验结果体现了所提方法的通用性。

其次，观察多核学习后的各个阶次分数阶傅里叶变换域特征的线性核函数的系数(即 w)，从而得出各个阶次的特征对识别率的贡献度。图 5 给出了学习的各个系数的分布图，图 5(a)为 ORL 数据集的情况，图 5(b)为 YaleB 数据集的情况，蓝色实线代表实数域的特征，而红色实线代表虚数域的特征。观察得出：1) 在 ORL 数据集上各个阶次的特征贡献值相差不大，在 0.015 上下浮动，尤其是实数域和虚数域特征的贡献度

相差不大，主要原因在于 ORL 数据集比较简单，各个单阶次的分数阶傅里叶变换域特征的识别率相差不大(可从图 4(a)得到验证)，因此在多核学习后各个阶次的贡献度相差不大；2) 在 YaleB 数据集上可以明显的看出实数域特征所对应的系数普遍比较小，而虚数域特征对应的系数较大，且系数随着 p 值的增大而增大，其中贡献度最大的为 $p = 1$ 的虚数域特征。从对多核学习的系数分析可以得出，多核学习能够保持判别力强的单阶次分数阶傅里叶变换域的特征，同时融合了多阶次的分数阶傅里叶变换域特征能够提高识别率，能够有效解决分数阶傅里叶变换中阶次选择和融合学习问题。

4.3 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换与其他特征的对比

在两个数据集上，我们测试了人脸识别中常用的三种特征：Eigenface 特征，HOG^[10](histogram of gradients)特征和 LBP^[24](local binary patterns)特征，其中 Eigenface 特征中保留特征值能量的阈值为 99%，计算 HOG 和 LBP 特征的单元格大小为 8×8 ，这里没有采用

经典的词典模型，而是将不同单元的特征简单地级联起来。特征提取完成后，分别计算两种不同的核函数(线性核和非线性 RBF 核)，然后训练 SVM 进行分类，所有的结果在相同的测试集上取得。从表 2 中可以看出：1) Eigenface 尽管方法简单，但取得不错的结果；2) HOG 特征和 LBP 特征在 ORL 数据集上效果比较好，但本文提出的基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域特征取得了与 HOG+RBF 核函数相同的性能，同时各个方法之间的差距很小，这主要是由于 ORL 数据集中人脸干扰较小，任务简单造成的；3) 在 YaleB 数据集上 HOG 与 LBP 特征的效果没有 Eigenface 和本文方法好，这可能是由于特征级联方式的抗噪声性能差引起的，同时本文提出的基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域特征取得了最好的结果，显示了分数阶傅里叶变换域特征对复杂场景的识别性能，特别是

抗噪声的性能。

5 结 论

本文针对多阶次分数阶傅里叶变换中阶次选择问题，将分数阶傅里叶特征的阶次选择转化为特征对应的线性核函数的选择，提出基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域特征融合学习算法，多核学习框架的输入端是多阶次分数阶特征对应的线性核函数，输出端是各个线性核函数的显性结合，输入端和输出端通过系数相连，在多核学习框架的顶端学习一个支持向量机，通过多核学习网络和支持向量机的交替优化算法，实现多核学习的系数更新，迭代学习直到收敛。将本文所提算法应用到人脸识别任务中，在 ORL 数据集和扩展 YaleB 数据集上的实验结果显示了所提算法的可行性和有效性。

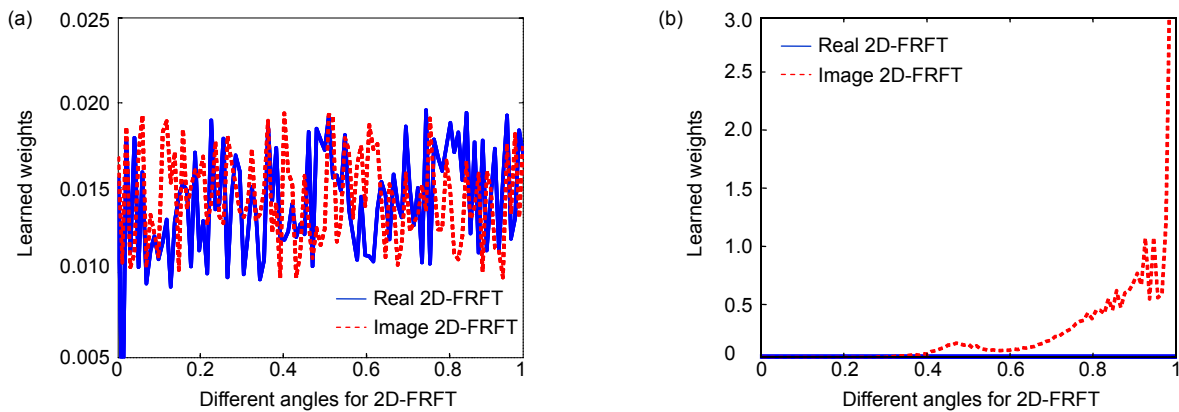


图 5 多核学习后各个阶次的分数阶傅里叶变换特征的权重。(a) ORL 数据集；(b) YaleB 数据集

Fig. 5 The learned weights from multiple kernel learning for 2D-FRFT under different angles. (a) ORL dataset; (b) YaleB dataset

表 2 不同特征在两个数据集上识别率对比

Table 2 Performance comparison of different features and methods

不同方法	ORL 数据集/%	YaleB 数据集/%
Eigenface 方法	95.0	64.76
HOG+线性核	96.5	56.67
HOG+RBF 核	94.5	58.24
LBP+线性核	95.5	61.30
LBP+RBF 核	95.0	60.44
本文方法	94.5	69.39

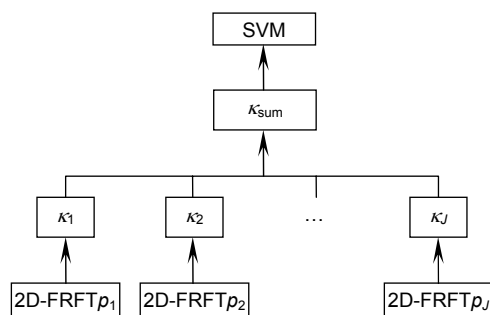
参考文献

- [1] Zafeiriou S, Zhang C, Zhang Z Y. A survey on face detection in the wild: past, present and future[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2015, **138**: 1–24.
- [2] Ren F J, Li Y Q, Hu M, *et al.* Face recognition method based on multi features description and local fusion classification decision[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2016, **43**(9): 1–8.
任福继, 李艳秋, 胡敏, 等. 多特征描述及局部决策融合的人脸识别[J]. 光电工程, 2016, **43**(9): 1–8.
- [3] Gong F, Jin W, Fu R D, *et al.* Face recognition based on the fusion of wavelet packet sub-images and sparse representation[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2016, **43**(6): 32–38.
龚飞, 金炜, 符冉迪, 等. 融合小波包细节子图及稀疏表示的人脸识别[J]. 光电工程, 2016, **43**(6): 32–38.
- [4] Feng H L, Wang Y J, Luo F L. Face recognition based on sparse similarity preserving algorithm[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2016, **43**(6): 19–24.
冯海亮, 王应健, 罗甫林. 基于稀疏相似保持算法的人脸识别[J]. 光电工程, 2016, **43**(6): 19–24.
- [5] Yu X, Liu K. Face recognition based on phase measuring profilometry[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2016, **43**(6): 39–43.
余祥, 刘凯. 基于相位测量轮廓术的人脸识别[J]. 光电工程, 2016, **43**(6): 39–43.
- [6] Cootes T F, Taylor C J, Cooper D H, *et al.* Active shape models-their training and application[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 1995, **61**(1): 38–59.
- [7] Cootes T F, Edwards G J, Taylor C J. Active appearance models[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, **23**(6): 681–685.
- [8] Turk M A, Pentland A P. Face recognition using eigenfaces[C]// *Proceedings of 1991 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1991.
- [9] Ahonen T, Hadid A, Pietikäinen M. Face description with local binary patterns: application to face recognition[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, **28**(12): 2037–2041.
- [10] Dalal N, Triggs B. Histograms of oriented gradients for human detection[C]// *Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, **1**: 886–893.
- [11] Tirilly P, Claveau V, Gros P. Language modeling for bag-of-visual words image categorization[C]// *Proceedings of the 2008 International Conference on Content-Based Image and Video Retrieval*, 2008: 249–258.
- [12] Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2002, **24**(4): 509–522.
- [13] Hinton G E, Osindero S, Teh Y W. A fast learning algorithm for deep belief nets[J]. *Neural Computation*, 2006, **18**(7): 1527–1554.
- [14] Bengio Y. Learning deep architectures for AI[J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2009, **2**(1): 1–127.
- [15] Krizhevsky A, Sutskever I, Hinton G E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks[C]// *Neural Information Processing Systems Conference*, 2012.
- [16] Bruna J, Mallat S. Invariant scattering convolution networks[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, **35**(8): 1872–1886.
- [17] Tao R, Deng B, Wang Y. *Fractional Fourier Transform and Its Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [18] Burges C J C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition[J]. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 1998, **2**(1): 121–167.
- [19] Wang Y X, Qi L, Guo X, *et al.* Fusion of complementary discrete fractional fourier features extracted through sparse PCA in generalized frequency domains for face recognition[J]. *Application Research of Computers*, 2016, **33**(4): 1253–1257.
王亚星, 齐林, 郭新, 等. 基于稀疏 PCA 的多阶次分数阶傅里叶变换域特征人脸识别[J]. 计算机应用研究, 2016, **33**(4): 1253–1257.
- [20] Sun H J, Chen E Q, Qi L. Face recognition based on the feature fusion in fractional fourier domain[C]// *Proceedings of the 12th International Conference on Signal Processing*, 2014: 1210–1214.
- [21] Liu B W, Wang F. Face recognition approach based on 2D discrete fractional fourier transform[C]// *Proceedings of the 3rd International Conference on Communication Software and Networks*, 2011: 656–660.
- [22] Lanckriet G, Cristianini N, Bartlett P, *et al.* Learning the kernel matrix with Semi-Definite programming[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, **5**: 27–72.
- [23] Bach F R, Lanckriet G R G, Jordan M I. Multiple kernel learning, conic duality, and the SMO algorithm[C]// *Proceedings of the 21st International Conference on Machine Learning*, 2004.
- [24] Rakotomamonjy A, Bach F R, Canu S, *et al.* SimpleMKL[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2008, **9**: 2491–2521.
- [25] Sonnenburg S, Rätsch G, Schäfer C, *et al.* Large scale multiple kernel learning[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2006, **7**: 1531–1565.
- [26] Varma M, Babu B R. More generality in efficient multiple kernel learning[C]// *Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning*, 2009: 1065–1072.
- [27] Chang C C, Lin C J. LIBSVM: a library for support vector machines[J]. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, 2011, **2**(3): 27.

Multiple order fractional Fourier transformation for face recognition based on multiple kernel learning

Jiu Mingyuan, Chen Enqing, Qi Lin*, Tie Yun

School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China



The face recognition framework of multiple order FRFT based on multiple kernel learning

Overview: Fractional Fourier transformation (FRFT) is a very useful tool for signal processing and analysis, which can well represent the content of the image by projecting it to the time-frequency planes. The features extracted by 2D-FRFT have shown very promising results for face recognition. However, one problem is encountered when we apply 2D-FRFT tools for recognition problem: it is hard to know that which order of 2D-FRFT (the angle of projection of time-frequency plane) is suitable for the specific task without prior knowledge. The common method is that different orders are experimented and we empirically select the best one. In spirit of multiple kernel learning in machine learning, we discuss the relations between the order selection in 2D-FRFT and kernel selection in multiple kernel learning. Both problems can be considered as an equivalent problem when the features from 2D-FRFT in different orders with the subsequent SVM classifier can be transformed to linear kernels with SVM according to Representer Theorem. By treating the linear kernels over different features from 2D-FRFT with different orders as the input to multiple kernel learning framework, and also by applying support vector machines (SVM) on top of the learned kernels, the weights in the multiple kernel learning framework correspond to the order weights in the fusion of 2D-FRFT features of different orders, we can then update the weights in the multiple kernel learning framework and SVM parameters through alternative optimization. It is proceeding by first learning the parameters of SVM when fixing the parameters of multiple kernel learning, and then updating the parameters of multiple kernel learning by gradient descent algorithm when fixing the parameters of SVM. Learning iterations are stopped until convergence. Therefore, the problem of order selection of 2D-FRFT can be solved by the off-the-shelf algorithms of multiple kernel learning. We apply the proposed algorithm to face recognition task, and the experiments are conducted on the ORL dataset and the extended YaleB dataset. From the results it can be observed that: 1) The performance are improved by combining different 2D-FRFT features in different orders in compared to single order 2D-FRFT features; 2) The performance of different 2D-FRFT order fusion are comparable and even better than other classical features for face recognition, such as Eigenface, LBP and HOG; 3) The learned weights in the multiple kernel learning frameworks can give us clues about the contribution of each order of 2D-FRFT. In a nutshell, the experimental results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Citation: Jiu M Y, Chen E Q, Qi L, *et al.* Multiple order fractional Fourier transformation for face recognition based on multiple kernel learning[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170744

Supported by National Natural Science Foundation of China (Key Program)(61331021)

* E-mail: ielqi@zzu.edu.cn