

DOI: 10.12086/oe.2023.230158

# 望远镜光程稳定性测量方案设计 及噪声理论分析

赵凯, 范纹彤, 海宏文, 张锐, 范磊\*

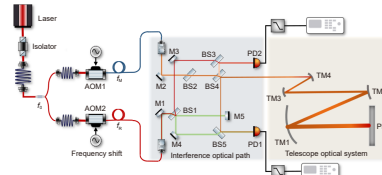
“天琴计划”教育部重点实验室, 天琴中心 & 物理与天文学院,  
天琴前沿科学中心, 国家航天局引力波研究中心,  
中山大学(珠海校区), 广东 珠海 519082

**摘要:** 空间引力波探测对望远镜提出了高稳定性要求。为实现望远镜光程稳定性精度的独立测量与标定, 开展了相应测量方法的研究。基于外差干涉测量原理, 设计了高共模抑制干涉测量方案, 建立了光程噪声理论模型。根据  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ MHz}$  光程稳定性指标需求, 分配测量系统组成部分光程噪声水平。为验证方案的可行性和噪声理论模型的准确性, 搭建了望远镜前端干涉测量系统。根据实验仪器及光学组件相关参数, 理论评估系统光程噪声水平为  $7.319 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ MHz}$ , 与实验测量结果  $3 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ MHz}$  基本一致, 表明干涉光路具有较好的噪声共模抑制特性, 验证了噪声理论模型的准确性。当测试环境及仪器精度满足光程噪声指标分配要求时, 该测量方案有望实现引力波望远镜光程稳定性测量。

**关键词:** 引力波望远镜; 光程稳定性; 干涉测量; 噪声理论模型; 光程噪声指标

**中图分类号:** O439

**文献标志码:** A



赵凯, 范纹彤, 海宏文, 等. 望远镜光程稳定性测量方案设计及其噪声理论分析[J]. 光电工程, 2023, 50(11): 230158

Zhao K, Fan W T, Hai H W, et al. Design of optical path stability measurement scheme and theoretical analysis of noise in telescope[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230158

## Design of optical path stability measurement scheme and theoretical analysis of noise in telescope

Zhao Kai, Fan Wentong, Hai Hongwen, Zhang Rui, Fan Lei\*

MOE Key Laboratory of TianQin Mission, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Frontiers Science Center for TianQin, Gravitational Wave Research Center of CNSA, Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai, Guangdong 519082, China

**Abstract:** Gravitational wave detection imposes high stability requirements on telescopes in space. To achieve independent measurement and calibration of the optical path stability accuracy of the telescope, the research was conducted on corresponding measurement methods. Based on the principle of heterodyne interferometric measurement, a high common-mode suppression interferometric measurement scheme was designed, and an optical path noise theoretical model was established. According to the requirement of  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ MHz}$  for optical

收稿日期: 2023-06-30; 修回日期: 2023-09-11; 录用日期: 2023-09-12

基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFC2202202, 2021YFC2202204, 2022YFC2203801)

\*通信作者: 范磊, fanlei6@mail.sysu.edu.cn。

版权所有©2023 中国科学院光电技术研究所

path stability indicators, the optical path noise level of the measurement system components was allocated. To verify the feasibility of the scheme and the accuracy of the noise theoretical model, an interferometric measurement system was constructed at the front end of the telescope. According to the relevant parameters of the experimental instruments and optical components, the theoretical evaluation of the system's optical path noise level was  $7.319 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ . The experimental measurement result of  $3 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$  was consistent with the theoretical evaluation, indicating that the interferometric path has good noise common-mode suppression characteristics, and verifying the accuracy of the noise theoretical model. When the testing environment and instrument accuracy meet the requirements for optical path noise allocation, this measurement scheme is expected to achieve the measurement of the optical path stability of gravitational wave telescope.

**Keywords:** gravitational wave telescope; optical path stability; interferometric measurement; noise theoretical model; allocation of optical path noise indicators

## 1 引言

上世纪 90 年代, NASA 和 ESA 合作最早提出空间引力波探测 LISA 计划, 其目标是探测  $0.1 \text{ mHz} \sim 1 \text{ Hz}$  频段的引力波源<sup>[1]</sup>。2015 年前后, 由中山大学牵头的天琴计划<sup>[2-4]</sup> 和由中国科学院主导的太极计划<sup>[5-6]</sup> 等空间引力波探测计划相继被提出, 开启了国内空间引力波探测新篇章。

望远镜系统作为空间激光干涉测距系统的关键组成部分, 其应用场景为精确测距而非成像<sup>[7]</sup>。为保证空间引力波的成功探测, 对望远镜提出了高光程稳定性要求。在激光干涉测距中, 望远镜的光程稳定性表征为对干涉测距系统引入的光程噪声水平, 其直接影响两地航天器检验质量间激光干涉测距精度, 进而干扰引力波源的探测。为保证空间引力波的成功探测, 对望远镜提出了优于  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  高光程稳定性指标要求。除了在结构设计和材料选择等方面考虑如何降低望远镜系统光程噪声以外, 还需要考虑在地面通过合理的实验手段对望远镜系统自身引起的光程变化进行独立标定和测量。为此, 国内外科研工作者针对望远镜光程稳定性测量问题开展了诸多研究。2012 年下半年, 荷兰 TNO 团队<sup>[8-9]</sup> 利用自主设计的多光路干涉仪实现了对 LISA 离轴望远镜桁架结构稳定性测试, 测量精度在  $70 \text{ nm}$  范围内。2011 年至 2021 年, 美国佛罗里达大学<sup>[10-12]</sup> 利用 PDH 稳频技术对 LISA 同轴、离轴望远镜光程稳定性开展了深入研究, 光程噪声测量水平稳定在  $0.3 \text{ pm/Hz}^{1/2}@2 \text{ mHz}$ 。2020 年日本 JXAX 研究人员 Kitamoto 等人<sup>[13]</sup> 针对空间望远镜结构尺寸稳定性的准确评估问题, 设计了一种紧凑型光纤干涉位移传感器, 能实现纳米级位移测

量。2021 年美国亚利桑那大学 Jersey 等人<sup>[14]</sup> 提出在主镜和次镜之间布置三个光纤 F-P 腔, 用于实现对望远镜主次镜桁架结构稳定性测量, 但并未开展可行性验证实验。2022 年太极团队成员 SANG 等人<sup>[15]</sup> 利用商用光纤激光干涉仪在地面开展了望远镜主次镜结构稳定性测试, 测量精度水平约为  $300 \text{ pm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ 。

综合研究表明, 激光干涉测量技术以其极高的测量精度、较强的抗干扰能力和非接触式测量等优势, 已成为引力波望远镜高稳定性测量首要考虑的技术手段。目前国内外研究重心主要集中在望远镜主次镜桁架结构稳定性测量, 而对望远镜系统光程稳定性测量的研究相对较少。

本文利用外差干涉测量原理设计了一种望远镜光程稳定性测量方案。通过共模抑制干涉光路设计、光程噪声理论建模、实验测试等验证了方案设计的可行性和噪声模型的准确性。对  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  光程稳定性噪声指标进行分配, 当测试环境及实验仪器精度满足指标分配要求时, 本研究所提供的测量方案有望实现引力波望远镜光程稳定性测量。

## 2 望远镜光程稳定性测量方案概述

### 2.1 测量光路设计

本文设计的引力波望远镜光程稳定性干涉测量方案原理如图 1 所示。该测量方案由激光光源模块、外差调制模块、一体化干涉平台、待测望远镜系统、标准平面镜、相位采集模块六部分组成。具体描述为:

1) 激光光源模块: 包括  $1064 \text{ nm}$  单模光纤固体激光器、光纤隔离器、可调光纤衰减器等, 主要负责提供频率稳定、相干性良好的光源;

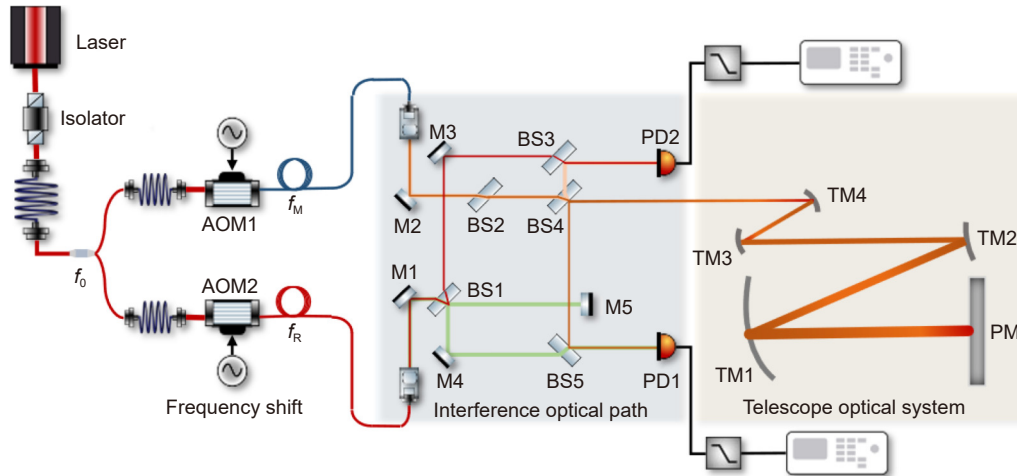


图 1 引力波望远镜光程稳定性测量方案原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the optical path stability measurement scheme for the gravitational wave telescope

2) 外差调制模块: 包括 50:50 光纤分束器、一对声光调制器 (AOM) 及对应射频驱动器等, 主要负责提供固定频差的干涉光束, 频差一般在 kHz~MHz 范围内;

3) 一体化干涉平台: 利用碱性粘接技术, 将干涉光路所需光学元件, 包括光纤准直器、分光镜、反射镜等高度集成在 ULE 基板上, 为干涉测量系统提供超稳干涉平台;

4) 待测望远镜系统: 由主镜 TM1、次镜 TM2、三镜 TM3、四镜 TM4 组成的离轴四反光学系统;

5) 标准平面镜 PM: 位于主镜正前方, 主要用于反射测量光束;

6) 相位采集模块: 包括低带宽高增益光电探测器、多通道数据采集卡及相位后处理程序。

在望远镜光程稳定性测量实验中, 激光器出射激

光频率记为  $f_0$ , AOM 移频后参考光束、测量光束频率分别记为  $f_r$ 、 $f_m$ 。在干涉平台内部, 参考光束和测量光束经光纤准直器准直出射, 共包含两路外差干涉信号, 分别由两个光电探测器 PD1 和 PD2 探测。其中, PD1 为测量干涉仪信号, PD2 为参考干涉仪信号, 通过比较两路干涉仪信号的相位变化可表征待测望远镜系统光程稳定性。

对于 PD1 探测的测量干涉仪信号, 如图 2(a), 参考光束  $f_r$  和测量光束  $f_m$  光路路径分别由绿色、橙色线条表示。对于 PD2 探测的参考干涉仪信号, 如图 2(b), 参考光束  $f_r$  和测量光束  $f_m$  光路路径分别由棕色、红色线条表示。

### 2.2 测量原理

根据外差干涉测量原理, 图 2 中探测器 PD1 和 PD2 的干涉仪信号可分别表示为:

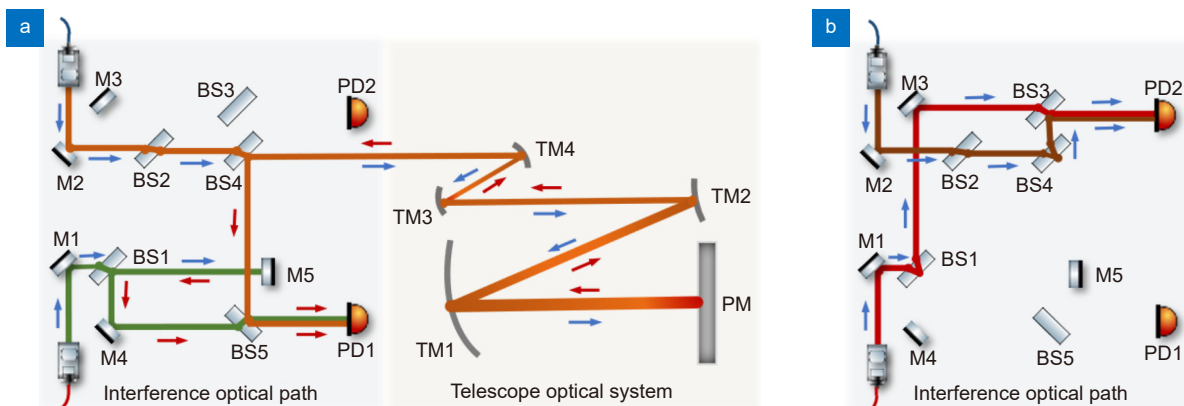


图 2 干涉光路结构示意图。(a) 测量干涉仪; (b) 参考干涉仪

Fig. 2 Interferometer optical path structure schematic. (a) Measuring interferometer; (b) Reference interferometer

$$\text{PD1: } \begin{cases} E_{R1} = A_{R1} \cos(2\pi f_R t + \varphi_1^F + \varphi_{R1}^{OB}) \\ E_{M1} = A_{M1} \cos(2\pi f_M t + \varphi_2^F + \varphi_{M1}^{OB} + \Delta\varphi) \end{cases}, \quad (1)$$

$$\text{PD2: } \begin{cases} E_{R2} = A_{R2} \cos(2\pi f_R t + \varphi_1^F + \varphi_{R2}^{OB}) \\ E_{M2} = A_{M2} \cos(2\pi f_M t + \varphi_2^F + \varphi_{M2}^{OB}) \end{cases}, \quad (2)$$

其中:  $\varphi_1^F$ 和 $\varphi_2^F$ 表示参考光束和测量光束经过外差调制模块引入的前端光程噪声表征的相位信息;  $\varphi_{R1}^{OB}$ 、 $\varphi_{R2}^{OB}$ 、 $\varphi_{M1}^{OB}$ 、 $\varphi_{M2}^{OB}$ 分别表示对应参考光束分量和测量光束分量在一体化干涉平台内部的相位信息;  $\Delta\varphi$ 表征测量光束分量经过望远镜系统回到干涉平台的相位变化信息。两干涉仪的信号强度分别表示为

$$I_{PD1} \propto A_{R1} A_{M1} \cos(2\pi(f_M - f_R)t + \varphi_2^F - \varphi_1^F + \varphi_{M1}^{OB} - \varphi_{R1}^{OB} + \Delta\varphi), \quad (3)$$

$$I_{PD2} \propto A_{R2} A_{M2} \cos(2\pi(f_M - f_R)t + \varphi_2^F - \varphi_1^F + \varphi_{M2}^{OB} - \varphi_{R2}^{OB}). \quad (4)$$

简化上述表达式, 有:

$$\Delta f = f_M - f_R, \quad (5)$$

$$\Delta\varphi^F = \varphi_2^F - \varphi_1^F, \quad (6)$$

$$\varphi_M^{OB} = \varphi_{M1}^{OB} - \varphi_{R1}^{OB}, \quad (7)$$

$$\varphi_R^{OB} = \varphi_{M2}^{OB} - \varphi_{R2}^{OB}, \quad (8)$$

在式(5)~(8)中:  $\Delta f$ 表示外差干涉移频频差,  $\Delta\varphi^F$ 表示前端光程噪声相位变化,  $\varphi_M^{OB}$ 、 $\varphi_R^{OB}$ 分别表征测量干涉仪信号和参考干涉仪信号在一体化干涉平台内部的总相位变化。此时式(3)和式(4)可重新表示为

$$I_{PD1} \propto A_{R1} A_{M1} \cos(2\pi\Delta f t + \Delta\varphi^F + \varphi_M^{OB} + \Delta\varphi), \quad (9)$$

$$I_{PD2} \propto A_{R2} A_{M2} \cos(2\pi\Delta f t + \Delta\varphi^F + \varphi_R^{OB}). \quad (10)$$

为此, 根据探测器 PD1 和 PD2 可以在理论上得到望远镜光程稳定性测量系统干涉信号的相位差为

$$\varphi_{\text{theory}} = \varphi_M^{OB} - \varphi_R^{OB} + \Delta\varphi. \quad (11)$$

对于望远镜系统而言, 令  $\Delta L$  表示望远镜系统内部光程变化水平, 由于测量光束在其内部来回重复传播一次, 有:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta L_{\text{theory}}. \quad (12)$$

在实际干涉测量过程中, 由于受到测试环境、测试仪器自身精度问题等噪声的干扰, 会在实际测量结果引入额外光程噪声, 从而降低光程稳定性测量精度。各个噪声引起的相位变化记为  $\varphi_{\text{noise}}$ , 实际干涉测量的相位变化  $\varphi_{\text{reality}}$  表示为

$$\varphi_{\text{reality}} = \varphi_M^{OB} - \varphi_R^{OB} + \frac{4\pi}{\lambda} \Delta L_{\text{reality}} + \varphi_{\text{noise}}. \quad (13)$$

在式(13)中, 因为干扰噪声的存在, 导致  $\Delta L_{\text{reality}} \neq \Delta L_{\text{theory}}$ , 即实际测量的相位信息无法完全表征

望远镜系统光程变化。为此, 需要针对这些干扰噪声特性进行预分析, 并在实验中抑制或数据处理中降低其影响。

### 3 测量系统组成及噪声理论建模

#### 3.1 测量系统实验装置及指标分配

望远镜光程稳定性测量实验装置示意如图3所示。一体化干涉平台内部出射的测量光束依次经过望远镜的四镜、三镜、次镜和主镜, 然后经由标准平面镜重新反射回干涉平台内部与本地参考光束干涉。此时望远镜系统自身光程变化信息表现在测量光束的相位变化中。由于引力波探测对望远镜光程稳定性提出了  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  的指标要求, 因此在测试过程中需要尽可能降低环境的干扰。具体到本测量方案, 整个实验装置在隔振平台上开展, 其中对一体化干涉平台单独控温和二级主动隔振, 并将望远镜和标准平面镜整体放置于真空腔内, 以降低振动、气流、温度波动对测量精度的影响。

为了实现高精度光程稳定性测量, 建立测量系统相关参数与系统光程噪声理论模型, 对望远镜  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz} \sim 0.1 \text{ Hz}$  光程稳定性测量光程噪声指标进行分配, 如表1所示。测量系统各组成部分噪声指标对应的光程噪声理论模型分析在3.2节详细给出。

#### 3.2 光程噪声理论建模

对图3中的测量系统而言, 测量相位的稳定性是实现望远镜光程稳定性测量的关键。在实际测量过程中, 引起相位的不稳定变化主要来自四个部分: 一是激光光源频率的不稳定性; 二是光学组件折射率的变化; 三是测试环境温度波动导致光学组件发生热变形; 四是相位采集系统电子学噪声本底。

##### 3.2.1 激光频率噪声

由于激光器内部热效应、部件机械振动和激光振荡器的特性, 会使出射光束包含有激光频率噪声, 这是单频激光器出射光源的固有特性<sup>[16]</sup>。等臂长的干涉仪不受激光频率噪声的影响, 当参考干涉仪和测量干涉仪不等臂长为  $\Delta s$  时, 由激光频率噪声  $\delta f$  (单位为  $\text{Hz/Hz}^{1/2}$ ) 引起的等效光程噪声  $\delta L$  (单位为  $\text{m/Hz}^{1/2}$ ) 表示为

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{\delta L}{\Delta s}, \quad (14)$$



表 1 望远镜光程稳定性测量光程噪声指标分配及要求

Table 1 Allocation and requirements of optical path noise indicators for distance stability measurement in telescopes

测量系统组成模块	主要噪声源	噪声分配/(pm/Hz <sup>1/2</sup> @1 mHz)	要求
激光光源模块	激光频率噪声	0.19	激光频率噪声 $\delta f \leq 10 \text{ Hz/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$
外差调制模块	前端光程耦合噪声	0.5	温度波动 $\delta T \leq 0.1 \text{ mK/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$
一体化干涉平台	温度光程耦合噪声	0.5	温度光程耦合系数 $dS/dT = 5 \text{ nm/K}$ , 测试环境温度波动 $\delta T \leq 0.1 \text{ mK/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$
相位采集模块	探测器耦合噪声	0.2	高增益、低带宽、高响应度
	相位读取噪声	0.1	高采样位数和高采样率
标准平面镜	位置失调噪声	0.5	标准平面镜长期角度不稳定性 $\phi$ 优于 $35 \text{ nrad/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$
待测望远镜	环境波动噪声	0.4	温度波动 $\delta T \leq 0.1 \text{ mK/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$ ; 真空度 $\leq 0.1 \text{ mPa}$
测量系统总体噪声		1	

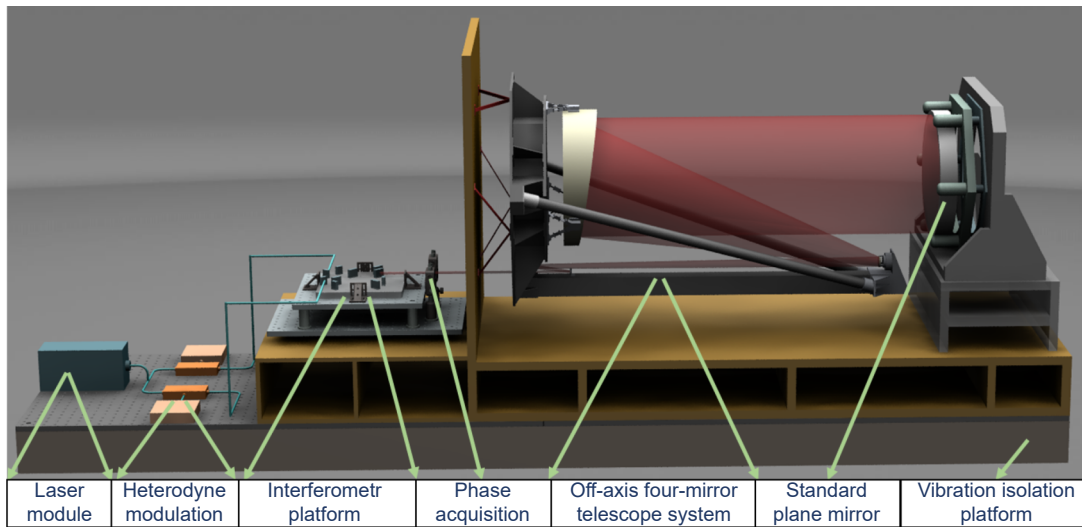


图 3 望远镜光程稳定性测量装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the optical path stability measurement device for the telescope

其中,  $f$  表示 1064 nm 激光中心频率, 单位为 Hz。从上式可知, 通过采用高精高稳光源或设计等臂干涉光路可分别降低  $\delta f$ 、 $\Delta s$  对  $\delta L$  的影响, 以此提高系统测量精度。

在图 1 光路设计中, 一体化干涉平台光学组件调装路径长度差  $\Delta s_1 \approx 1 \text{ mm}$ , PM 至 BS4 的光程路径长度约为 2710 mm。由于测量干涉仪中测量光束会在望远镜内部往复两次, 此时不等臂长  $\Delta s_2 \approx 5420 \text{ mm}$ , 则干涉系统总不等臂长  $\Delta s \approx 5421 \text{ mm}$ 。当  $\delta f$  稳定在  $10 \text{ Hz/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$  时, 对整个测量系统引入的等效光程噪声  $\delta L_{\text{Laser}} \approx 0.187 \text{ pm/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$ 。综合分析, 对其引入的等效光程噪声预分配为  $\delta L_{\text{Laser}} \approx 0.19 \text{ pm/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$ 。

### 3.2.2 前端光程耦合噪声

激光光源模块和外差调制模块均采用光纤连接方式对光束进行传输, 外界环境波动、机械振动、温度

不稳定等均会导致光纤几何尺寸和折射率的变化。其中, 由于光纤热胀冷缩特性, 温度波动的影响最为明显。已知光束在光纤中传输的相位和光纤长度满足:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} nL, \quad (15)$$

式中:  $\varphi$  为光束经过光纤传输后的相位,  $n$  为光纤折射率,  $L$  为光纤长度。

对式 (15) 关于温度  $T$  微分得:

$$d\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \cdot dT \cdot \left( \frac{dn}{dT} + n \frac{dL}{dT \cdot L} \right). \quad (16)$$

令外差调制模块测量光束和参考光束经过光纤传播路径长度记为  $L_1$  和  $L_2$ 。利用相位和光程的变换关系, 可得由测试环境温度波动  $\delta T$  导致光纤发生热变形对测量系统引入的等效光程噪声  $\delta L_{\text{fiber}}$  表示为

$$\delta L_{\text{fiber}} = (L_1 - L_2) \cdot \delta T \left( \frac{dn}{dT} + n \frac{dL}{dT \cdot L} \right). \quad (17)$$

对于石英光纤:  $dn/dT = 10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ,  $dL/(dT \cdot L) =$

$5 \times 10^{-7} / ^\circ\text{C}$ ,  $n=1.456$ 。绘制光纤初始长度差  $L_1-L_2$ 、温度波动  $\delta T$  和光程噪声  $\delta L_{\text{fiber}}$  三者关系曲线如图 4 所示。

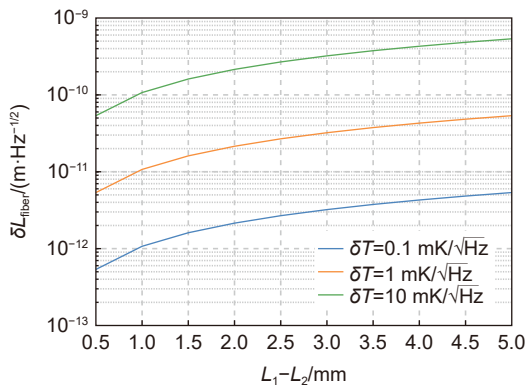


图 4 不同光纤长度差在不同温度波动条件下引入的等效光程噪声水平曲线

Fig. 4 Curve of equivalent optical path noise level introduced by different fiber length differences under different temperature fluctuations

分析结果表明, 初始光纤长度差值越大, 在同等温度波动环境条件下, 对系统引入的光程噪声越大。考虑加工制造误差, 参考光束和测量光束光纤初始长度差取 0.5 mm, 当光纤温度波动  $\delta T$  满足  $0.1 \text{ mK}/\text{Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  时, 对系统引入的等效光程噪声水平  $\delta L_{\text{fiber}}$  为  $0.5 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$ 。

### 3.2.3 一体化干涉平台温度光程耦合噪声

一体化干涉平台利用碱性粘接技术可集成大量光学组件。在实际测试中, 由环境温度波动导致的路径长度变化会耦合进测量相位之中, 从而引入光程噪声。把这种由温度变化引入的系统光程测量误差强弱, 用温度光程耦合系数 (单位为  $\text{m}/\text{K}$ ) 表征。

已知光程的定义为折射率与距离的乘积, 即:

$$S = nd, \tag{18}$$

式中:  $S$  表示光程,  $n$  表示折射率,  $d$  表示传播距离。光学材料受到温度波动引起的光程变化可表示为

$$\frac{\delta S}{\delta T} = \frac{\delta n}{\delta T}d + n\frac{\delta d}{\delta T}. \tag{19}$$

通过上式可知, 参考干涉仪和测量干涉仪光程差变化取决于两部分: 材料折射率和光学组件几何尺寸。用于望远镜光程稳定性测量的光学组件主要是反射镜和分光镜, 用  $\alpha$  表示镜片热膨胀系数 (单位为  $1/\text{K}$ ,  $\alpha=dL/(L \cdot dT)$ ), 用  $L$  表示镜片厚度 (单位为  $\text{mm}$ )。用于集成的反射镜和分光镜材料、厚度相同。下面对这两种镜片受到温度波动的光程特性做详细分析。

对于反射镜, 如图 5(a), 其温度光程耦合系数表示为

$$\frac{dS_R}{dT} = -\frac{LdL}{2\cos\theta dT}. \tag{20}$$

对于分光镜, 如图 5(b), 其温度光程耦合系数表示为

$$\frac{dS_{BS}}{dT} = \frac{L}{\sqrt{1-\left(\frac{\sin\theta}{n}\right)^2}} \left[ \alpha(n-1) + \frac{dn}{dT} \left( 1 - \frac{\sin^2\theta(n-1)}{n(n^2-\sin^2\theta)} \right) \right]. \tag{21}$$

除此以外, 对于干涉平台基底, 其温度光程耦合系数表示为

$$\frac{dS_{OB}}{dT} = \frac{dS_0}{dT}, \tag{22}$$

其中,  $S_0$  表示干涉平台内部光束几何路径长度, 结合式 (20)~(22), 可得一体化干涉平台总体温度光程耦合系数表示为

$$\frac{dS}{dT} = \frac{dS_{OB}}{dT} + \frac{dS_R}{dT} + \frac{dS_{BS}}{dT}. \tag{23}$$

根据式 (23), 当  $dS/dT=5 \text{ nm}/\text{K}$ , 测试环境温度

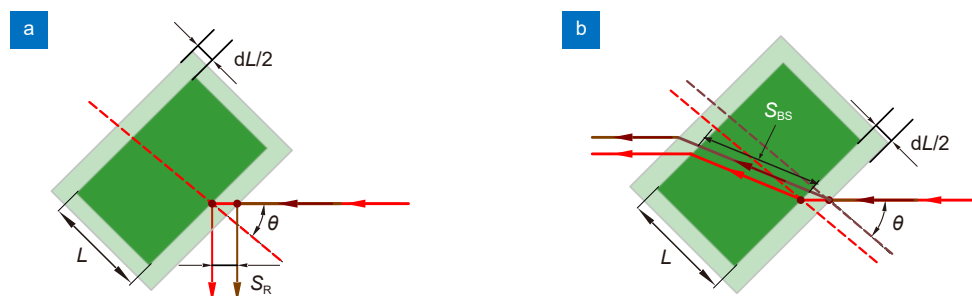


图 5 温度变化引起的反射镜和分光镜光程变化示意图。(a) 反射镜; (b) 分光镜

Fig. 5 Schematic diagram of changes in the optical path of the reflecting mirror and beam splitter caused by temperature fluctuations. (a) Reflecting mirror; (b) Beam splitter

$\delta T=0.1 \text{ mK/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  时, 由一体化干涉平台对测量系统引入的等效光程噪声  $\delta L_{Op}=0.5 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$ 。

### 3.2.4 相位采集电子学噪声

#### 1) 探测器耦合噪声

光电转换过程中, 由于探测器自身特性, 会对测量精度带来影响。在选用光电探测器时, 主要从信号稳定性、信号输出的准确性两个方面进行衡量。设探测器的响应度为  $R_i(\text{A/W})$ , 通过光电探测器混频后得到的光电流  $i_p$  表示为

$$i_p = R \cdot [P_M + P_R + 2\sqrt{P_M P_R} \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi)], \quad (24)$$

其中:  $P_M$ 、 $P_R$  分别表示入射到光敏面上测量光束和参考光束的光功率,  $\Delta\omega$  表示频差,  $\Delta\varphi$  表示相位差。

在光电转换中由于光信号量子随机起伏特性和探测器内部温度波动等不稳定性会引入额外的噪声。此时光电探测总体贡献的相位噪声  $\delta\varphi_{PD}$ (单位为  $\text{rad/Hz}^{1/2}$ ) 表示为

$$\delta\varphi_{PD} = \sqrt{\delta\varphi_D^2 + \delta\varphi_T^2 + \delta\varphi_S^2 + \delta\varphi_{RIN}^2}, \quad (25)$$

其中:  $\delta\varphi_D$  表示暗电流噪声;  $\delta\varphi_T$  表示热噪声;  $\delta\varphi_S$  表示散粒噪声;  $\delta\varphi_{RIN}$  表示激光相对强度噪声。各噪声具体表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \delta\varphi_D &= \sqrt{\frac{eI_D G^2}{2R^2 R_\lambda^2 P_M P_R}} \\ \delta\varphi_T &= \sqrt{\frac{\kappa T G}{R^2 R_\lambda^2 P_M P_R}} \\ \delta\varphi_S &= \sqrt{\frac{e(P_M + P_R) G^2}{2R^2 R_\lambda^2 P_M P_R}} \\ \delta\varphi_{RIN} &= \sqrt{\frac{10 \frac{RIN}{10} \cdot (P_M^2 + P_R^2) G^2}{4R^2 P_M P_R}} \end{aligned} \right., \quad (26)$$

其中:  $I_D$  表示暗电流平均值 (A),  $e$  表示电子电荷 ( $e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ),  $G$  表示探测器增益 (V/A),  $\kappa$  表示玻尔兹曼常数 ( $\kappa=1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ),  $T$  表示室温条件下热力学温度 (K),  $RIN$  表示相对强度噪声,  $R$  表示等效电阻。

探测器对测量系统引入的等效光程噪声  $\delta L_{PD}$  表示为

$$\delta L_{PD} = \frac{\lambda}{2\pi} \delta\varphi_{PD}. \quad (27)$$

已知探测器等效光程噪声主要受限为激光相对强度噪声, 当  $RIN$  整体水平在  $-150 \text{ dB/Hz}$  以下, 探测

器整体对测量系统引入的等效光程噪声预分配为  $\delta L_{PD}=0.2 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$ 。

#### 2) 相位读取噪声

在相位信息读取及 AD 转换的过程中包含有电子学噪声<sup>[16]</sup>, 当采集系统的采样率和 ADC 转换位数不够高时, 此时量化噪声  $\delta\varphi_{ADC}$  占主导, 具体表示为

$$\delta\varphi_{ADC} = \sqrt{\frac{q^2 / (12 \cdot f_n)}{4R^2 R_\lambda^2 P_M P_R}}, \quad (28)$$

其中:  $q=2\Delta V/2^{n+1}$  表示量化区间,  $\Delta V$  表示采集电压的一半,  $n$  表示数据采集系统采样位数;  $f_n$  表示奈奎斯特频率。相位读取噪声对测量系统引入的等效光程噪声预分配为  $\delta L_{ADC}=0.1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$ 。

### 3.2.5 标准平面镜位置失调光程耦合噪声

标准平面镜作为一种光学元件, 其发生位置失调类型主要包括偏心平移、倾斜和轴向位置变化 (包括轴向间距变化与轴向旋转), 如图 6 所示。在开展望远镜光程稳定性测量实验中, 标准平面镜发生位置失调会对测量系统引入光程噪声, 从而影响测量精度, 如图 7 所示。

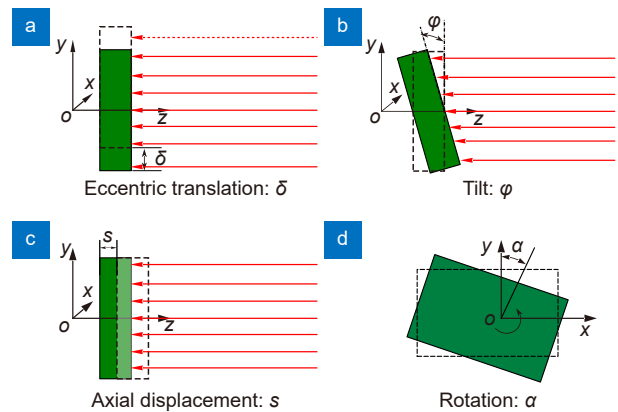


图 6 标准平面镜位置失调类型  
Fig. 6 Types of displacement of the standard plane mirror

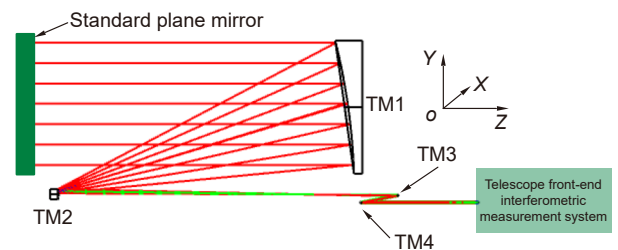


图 7 离轴四反望远镜光学系统示意图  
Fig. 7 Schematic diagram of the off-axis four-mirror telescope optical system

标准平面镜位置失调坐标轴同光学系统坐标轴一致, 即  $Z$  轴为光学系统光轴方向,  $Y$  轴为子午方向,

X轴满足右手坐标系。根据平面镜特性, 其发生偏心平移和旋转位置失调(即绕Z轴旋转)对系统光程噪声的影响可忽略。平面镜发生轴向间距位置失调主要受到测量环境温度波动的影响, 导致其发生热变形, 从而影响系统光程测量。经分析, 平面镜发生倾斜位置失调相比于轴向间距位置失调对系统光程影响更大, 因此本文重点介绍平面镜发生倾斜位置失调时的系统光程噪声特性。

当标准平面镜发生倾斜位置失调时, 对望远镜光程稳定性测量的影响分析同 TTL 耦合噪声<sup>[17]</sup>分析方法类似, 其对测量系统引入的光程噪声  $\delta L_{PM}$  可以看成由两部分组成: 1) 倾斜前后光学系统中心光束光程变化引入的光程噪声  $\delta L_{PM1}$ ; 2) 倾斜前后在望远镜出瞳处由光学系统波前误差变化引入的光程噪声  $\delta L_{PM2}$ 。光程噪声  $\delta L_{PM}$  具体表示为

$$\delta L_{PM} = \sqrt{\delta L_{PM1}^2 + \delta L_{PM2}^2}. \quad (29)$$

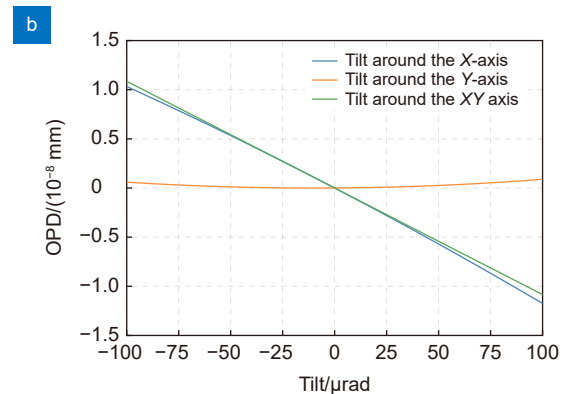
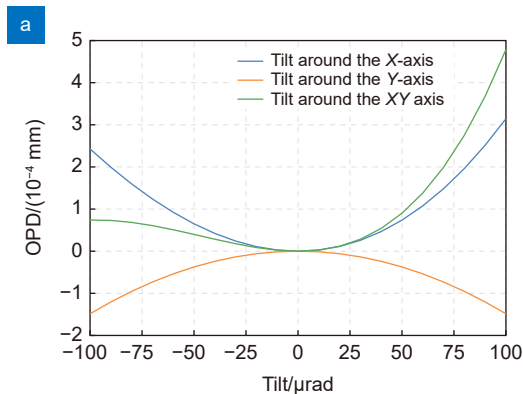


图 8 标准平面镜绕 X 轴、Y 轴、XY 轴倾斜角度  $\varphi$  系统光程变化。(a) 中心光束; (b) 波像差  
Fig. 8 The optical path variation of the standard plane mirror system due to the inclination angle  $\varphi$  around the X-axis, Y-axis, and XY-axis. (a) Central beam; (b) Wave aberration

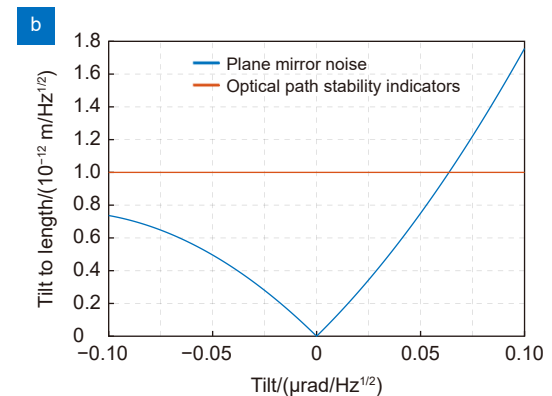
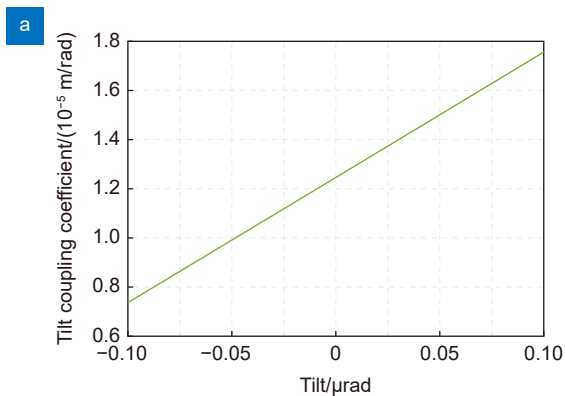


图 9 标准平面镜绕 XY 轴复合倾斜失调。(a) 倾斜-光程耦合系数曲线; (b) 倾斜-光程噪声曲线  
Fig. 9 Standard plane mirror compound tilt misalignment about the XY axis. (a) Curve of tilt-optical path coupling coefficient; (b) Curve of tilt-optical path noise

利用 Zemax 仿真分析标准平面镜绕 X 轴、Y 轴、XY 轴倾斜角度  $\varphi$  时, 对测量系统引入的光程噪声水平如图 8(a)、8(b) 所示。从图中可知, 标准平面镜绕 X 轴发生倾斜位移变化相比于绕 Y 轴倾斜, 对系统引入的光程占主要影响。同时还可知在绕相同轴倾斜相同角度时, 中心光束比系统波像差变化对测量系统引入的光程高 4 个量级左右。因此后续仅需考虑中心光束对测量系统光程的影响。

对图 8(a) 绕 XY 轴复合倾斜情况对应的光程曲线求导可得标准平面镜在  $-0.1 \mu\text{rad} \sim 0.1 \mu\text{rad}$  角度范围内倾斜时对应的倾斜-光程耦合系数曲线如图 9(a), 对应倾斜-光程噪声关系曲线如图 9(b)。图 9(b) 中橙色曲线为望远镜光程稳定性指标要求。当标准平面镜长期角度漂移在  $35 \text{ nrad/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$  时, 对应耦合系数约为  $14.2 \mu\text{m/rad}$ , 对测量系统引入的等效光程噪声水平约为  $0.5 \text{ pm/Hz}^{1/2} @ 1 \text{ mHz}$ , 低于目标值, 可将该噪声水平作为标准平面镜光程噪声分配指标。



### 4 望远镜前端干涉测量系统噪声测试

为了验证测量方案光路设计的可行性与噪声理论模型的准确性, 本研究通过搭建望远镜前端干涉测量光路(不考虑望远镜系统及标准平面镜 PM) 为例进行说明。根据图 1 设计的光程稳定性测量光路, 将所需光学组件高度集成得到一体化干涉平台实物如图 10 所示。搭建的测量实验装置如图 11 所示, 其中望远镜和标准平面镜 PM 部分用平面反射镜替代, 便于将测量光束反射回干涉平台。受限于当前实验条件, 后续相关分析基于 10 mHz 频段开展。

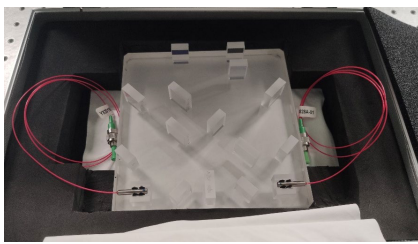


图 10 一体化干涉平台实物图

Fig. 10 Photograph of the integrated interferometric platform



图 11 干涉测量实验装置

Fig. 11 Interferometric measurement experimental setup

首先根据选用的实验仪器及光学组件相关参数, 基于 3.2 节分析的噪声理论数学模型, 在理论上对该测量系统光程噪声水平进行评估。

在激光光源模块, 光程噪声测量实验所用激光器激光频率噪声水平如图 12 所示。从图中可知, 10 mHz 对应的激光频率噪声水平  $\delta f = 1 \times 10^6 \text{ Hz/Hz}^{1/2}$ , 一体化干涉平台光学组件调装路径长度差  $\Delta s_1 \approx 1 \text{ mm}$ , 由此可得激光频率噪声引起的等效光程噪声  $\delta L_{\text{Laser}} = 3.4 \text{ pm/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ 。

在外差调制模块, 参考光束移频 100 MHz, 测量光束移频 100.1 MHz, 频差  $\Delta f = 100 \text{ kHz}$ 。参考光束和测量光束光纤初始长度差  $L_1 - L_2 \approx 0.5 \text{ mm}$ , 测量环境温度  $\delta T = 0.1 \text{ K/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ , 根据式 (17) 可知, 此时对系统引入的光程噪声水平为  $\delta L_{\text{fiber}} = 0.5 \text{ nm/Hz}^{1/2} @$

10 mHz。

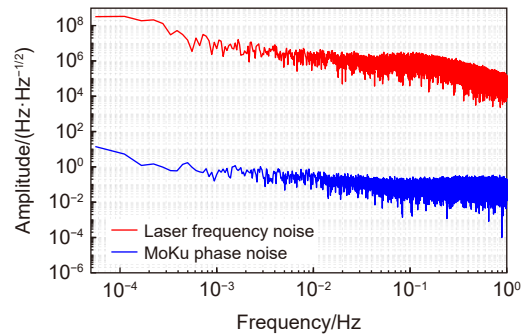


图 12 激光频率噪声本底

Fig. 12 Laser frequency noise background

在一体化干涉平台内部, 如图 10, 反射镜和分光镜均以 45° 方向精密调装。所有镜片材料选用熔融石英材料, 厚度  $L = 7 \text{ mm}$ , 对应 1064 nm 波长的折射率  $n = 1.44963$ , 热膨胀系数为  $5.1 \times 10^{-7} / \text{K}$ , 折射率随温度变化系数  $dn/dT = 9.8 \times 10^{-6} / \text{K}^{[18]}$ 。一体化干涉平台基底选用 ULE 材料, 热膨胀系数为  $1.5 \times 10^{-8} / \text{K}$ 。根据式 (23) 可得一体化干涉平台各部分温度光程耦合系数具体数值为:

$$\begin{cases} \frac{dS_{\text{OB}}}{dT} = 2.25 \times 10^{-10} \text{ m/K} \\ \frac{dS_{\text{R}}}{dT} = 1.90 \times 10^{-11} \text{ m/K} \\ \frac{dS_{\text{BS}}}{dT} = 7.28 \times 10^{-8} \text{ m/K} \end{cases} \quad (30)$$

经分析, 分光镜的温度光程耦合系数最大, 可忽略反射镜和干涉平台基底的影响。为此, 一体化干涉平台总温度光程耦合系数可近似表示为

$$\frac{dS}{dT} \approx 7.28 \times 10^{-8} \text{ m/K} \quad (31)$$

一体化干涉平台测试环境温度  $\delta T = 0.1 \text{ K/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ , 其对测量系统引入的等效光程噪声  $\delta L_{\text{Op}} = 7.28 \text{ nm/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ 。

在相位采集模块, 探测器选用型号为 THORLABS InGaAs 光电探测器 PDA20CS2, 0 dB~60 dB 增益模式电压本底噪声曲线如图 13(a)。综合考虑选用 10 dB 增益模式, 响应度为 0.6 A/W, 电压本底为  $10 \mu\text{V/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ , 测量干涉仪和参考干涉仪光功率为 100  $\mu\text{W}$ 。根据式 (24)~式 (27), 得到由探测器引入的等效光程噪声  $\delta L_{\text{PD}}$  约为  $0.56 \text{ nm/Hz}^{1/2} @ 10 \text{ mHz}$ 。

干涉测量相位采集硬件选用 NI-USB6363 型数据采集卡, 最大采样率为 2 Ms/s。数据处理基于

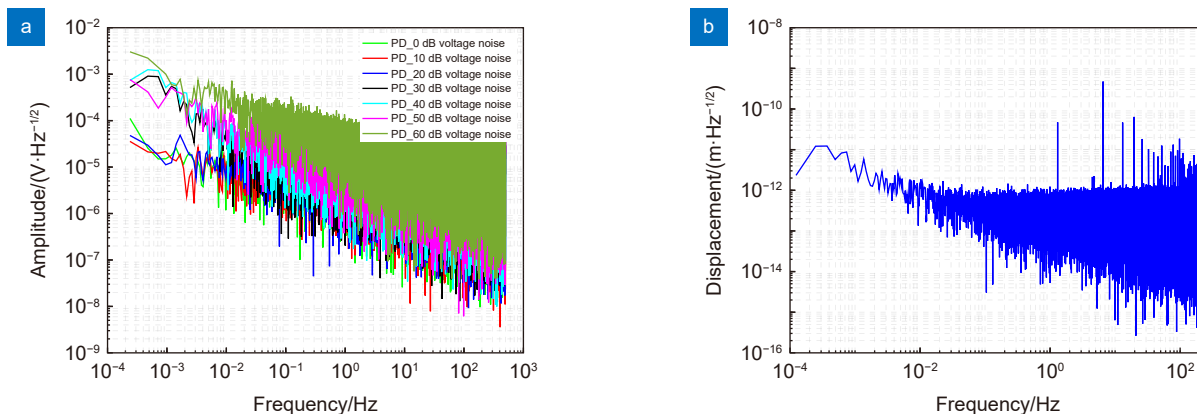


图 13 相位采集模块噪声曲线。(a) 光电探测器各增益模式下电压本底噪声; (b) 相位计等效光程噪声  
 Fig. 13 Noise curve of phase acquisition module. (a) Voltage background noise of the photodetector in each gain mode; (b) Equivalent optical path noise of the phase meter

Labview 软件平台实现, 利用数字相关分析法求解相位信息, 相位计本底噪声如图 13(b) 所示。从图中可知, 相位读取等效光程噪声  $\delta L_{Phase}$  低至  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ 。

汇总上述光程噪声水平如表 2 所示。从表中可知, 利用 3.2 节噪声理论分析出的望远镜前端干涉测量系统光程噪声约为  $7.319 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ 。

表 2 望远镜前端干涉测量系统光程噪声理论水平

Table 2 Theoretical level of optical path noise for the interferometric measurement system at the front end of the telescope

测量系统组成模块	主要噪声	等效光程噪声@10mHz
激光光源模块	激光频率噪声	$3.4 \text{ pm/Hz}^{1/2}$
外差调制模块	前端光程耦合噪声	$0.5 \text{ nm/Hz}^{1/2}$
一体化干涉平台	温度光程耦合噪声	$7.28 \text{ nm/Hz}^{1/2}$
相位采集模块	探测器耦合噪声	$0.56 \text{ nm/Hz}^{1/2}$
	相位读取噪声	$1 \text{ pm/Hz}^{1/2}$
总体噪声		$7.319 \text{ nm/Hz}^{1/2}$

对图 11 搭建的望远镜前端干涉测量系统光程噪声水平进行测量, 测量结果如图 14 所示。图中蓝色曲线、橙色曲线分别表示对原始数据做平滑处理前后所对应的系统光程噪声功率谱密度曲线。从图中可知望远镜前端干涉测量系统光程噪声水平在  $3 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$  左右, 优于表 2 理论评估出的噪声水平。这是因为光程噪声理论建模是基于单个仪器或组件特性展开, 而具体到实验环节, 由于所设计的干涉光路具有较好的噪声共模抑制特性, 使得在参考干涉仪和测量干涉仪中包含有相同仪器或组件带来的影响, 在相位提取环节会极大程度地降低相应噪声的影响, 从而提高系统测量精度水平。

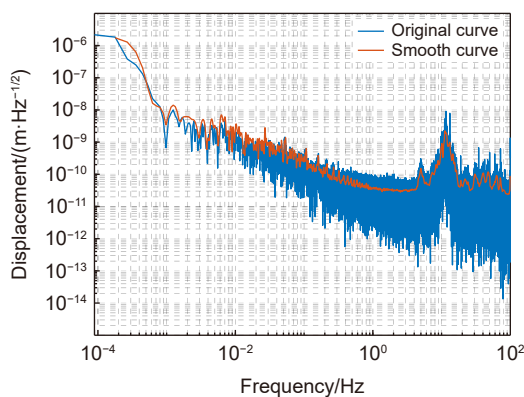


图 14 干涉测量系统光程噪声水平测试曲线  
 Fig. 14 Test curve of optical path noise level for the interferometric measurement system

## 5 结论

本文针对引力波望远镜光程稳定性测量问题, 基于外差干涉测量原理, 设计了具有高共模抑制的光程稳定性测量方案。通过建立噪声理论模型, 分配出满足望远镜  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  光程稳定性指标需求的测量系统组成部分噪声水平。为验证测量方案的可行性与噪声理论模型的准确性, 搭建了望远镜前端干涉测量系统。实验结果表明, 望远镜前端干涉测量系统光程噪声水平优于  $3 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ 。该实验结果与理论评估的噪声水平基本一致, 表明干涉光路具有较好的噪声共模抑制特性, 进一步验证了方案的可行性和噪声理论模型的准确性。当测试环境及实验仪器满足光程噪声指标分配要求时, 本研究所提供的测量方案有望实现引力波望远镜光程稳定性测量。

## 参考文献

- [1] Baker J, Bellovary J, Bender P L, et al. The laser interferometer space antenna: unveiling the millihertz gravitational wave sky[Z]. arXiv: 1907.06482, 2019. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.06482>.
- [2] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Class Quantum Grav*, 2016, **33**(3): 035010.
- [3] Hu Y M, Mei J W, Luo J. TianQin project and international collaboration[J]. *Chin Sci Bull*, 2019, **64**(24): 2475–2483. 胡一鸣, 梅健伟, 罗俊. 天琴计划与国际合作[J]. *科学通报*, 2019, **64**(24): 2475–2483.
- [4] Luo J, Ai L H, Ai Y L, et al. A brief introduction to the TianQin project[J]. *Acta Sci Nat Univ Sunyatseni*, 2021, **60**(1-2): 1–19. 罗俊, 艾凌皓, 艾艳丽, 等. 天琴计划简介[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, **60**(1-2): 1–19.
- [5] Luo Z R, Bai S, Bian X, et al. Gravitational wave detection by space laser interferometry[J]. *Adv Mech*, 2013, **43**(4): 415–447. 罗子人, 白珊, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测[J]. *力学进展*, 2013, **43**(4): 415–447.
- [6] Luo Z R, Zhang M, Jin G, et al. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. *J Deep Space Explor*, 2020, **7**(1): 3–10. 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极1号”在轨测试[J]. *深空探测学报*, 2020, **7**(1): 3–10.
- [7] Fan W T, Zhao H C, Fan L, et al. Preliminary analysis of space gravitational wave detection telescope system technology[J]. *Acta Sci Nat Univ Sunyatseni*, 2021, **60**(1-2): 178–185. 范纹彤, 赵宏超, 范磊, 等. 空间引力波探测望远镜系统技术初步分析[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, **60**(1-2): 178–185.
- [8] Lucarelli S, Scheulen D, Kemper D, et al. The breadboard model of the LISA telescope assembly[J]. *Proc SPIE*, 2017, **10564**: 105640J.
- [9] Verlaan A L, Hogenhuis H, Pijnenburg J, et al. LISA telescope assembly optical stability characterization for ESA[J]. *Proc SPIE*, 2017, **10564**: 105640K.
- [10] Sanjuán J, Korytov D, Mueller G, et al. Note: silicon carbide telescope dimensional stability for space-based gravitational wave detectors[J]. *Rev Sci Instrum*, 2012, **83**(11): 116107.
- [11] Kulkarni S, Umińska A A, Sanjuán J, et al. Characterization of dimensional stability for materials used in ultra-stable structures[J]. *Proc SPIE*, 2021, **11820**: 1182008.
- [12] Umińska A A, Kulkarni S, Sanjuan J, et al. Ground testing of the LISA telescope[J]. *Proc SPIE*, 2021, **11820**: 118200I.
- [13] Kitamoto K, Kamiya T, Mizutani T. Evaluation of dimensional stability of metering truss structure using built-in laser interferometric dilatometer[J]. *Eng Res Express*, 2020, **2**(4): 045023.
- [14] Jersey K, Zhang YQ, Harley-Trochimczyk I, et al. Design, fabrication, and testing of an optical truss interferometer for the LISA telescope[J]. *Proc SPIE*, 2021, **11820**: 118200L.
- [15] Sang B L, Deng X Q, Peng B, et al. Dimensional stability ground test and in-orbit prediction of SiC telescope frame for space gravitational wave detection[J]. *IEEE Access*, 2022, **10**: 21041–21047.
- [16] Watchi J, Cooper S, Ding B L, et al. Contributed review: a review of compact interferometers[J]. *Rev Sci Instrum*, 2018, **89**(12): 121501.
- [17] Lieser M D. LISA optical bench development: experimental investigation of tilt-to-length coupling for a spaceborne gravitational wave detector[D]. Hannover: Leibniz University Hannover, 2017.
- [18] Dehne M. Construction and noise behaviour of ultra-stable optical systems for space interferometers[D]. Hannover: Leibniz University Hannover, 2012.

## 作者简介



赵凯(1998-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为望远镜光程稳定性测量方法研究。

E-mail: zhaok29@mail2.sysu.edu.cn



【通信作者】范磊(1986-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为精密光学仪器设计、光机热集成仿真分析、光学精密检测和能动光学技术。

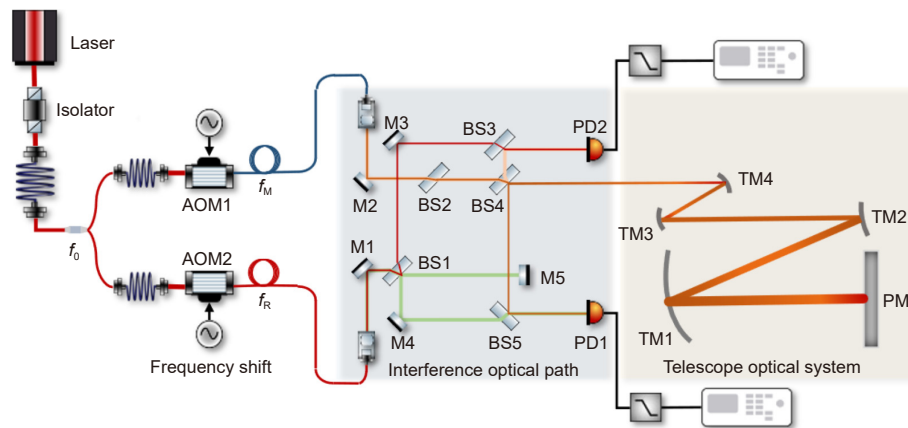
E-mail: fanlei6@mail.sysu.edu.cn



扫描二维码, 获取PDF全文

# Design of optical path stability measurement scheme and theoretical analysis of noise in telescope

Zhao Kai, Fan Wentong, Hai Hongwen, Zhang Rui, Fan Lei\*



Schematic diagram of the optical path stability measurement scheme for gravitational wave telescope

**Overview:** Gravitational wave detection imposes high stability requirements on telescopes in space. To achieve independent measurement and calibration of the optical path stability accuracy of the telescope, research was conducted on corresponding measurement methods. Based on the heterodyne interference measurement principle, a high common mode suppression interferometric measurement scheme was designed, using the phase difference information between the measuring interferometer and the reference interferometer to characterize the optical path changes of the measurement system. By conducting theoretical analysis on the optical path noise characteristics of each component module of the entire measurement system, a theoretical model of the optical path noise of the measurement system was established. The main sources of optical path noise are determined to be the front end optical path coupling noise, temperature optical path coupling noise, and standard plane mirror position misalignment noise. According to the requirement of  $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@1 \text{ mHz}$  for optical path stability indicators, the optical path noise level of the measurement system components was allocated. To verify the feasibility of the scheme and the accuracy of the noise theoretical model, an interferometric measurement system was constructed at the front end of the telescope. Firstly, based on the relevant parameters of the experimental instrument and optical components, the optical path noise level of the system was theoretically evaluated to be  $7.319 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ . Then, the optical path noise level measurement experiment was carried out on the constructed measurement system. The experimental results showed that the optical path noise background of the measurement system was less than  $3 \text{ nm/Hz}^{1/2}@10 \text{ mHz}$ . Finally, through the comparison and analysis of optical path noise theory and experimental results, it is known that the designed interference optical path in this paper has good noise common mode suppression characteristics, which further verifies the accuracy of the optical path noise theory model. When the testing environment and instrument accuracy meet the requirements of the optical path noise index allocation, this measurement scheme is expected to achieve the high-precision optical path stability measurement of the gravitational wave telescope.

Zhao K, Fan W T, Hai H W, et al. Design of optical path stability measurement scheme and theoretical analysis of noise in telescope[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11): 230158; DOI: [10.12086/oe.2023.230158](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230158)

Foundation item: Project supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFC2202202, 2021YFC2202204, 2022YFC2203801)

MOE Key Laboratory of TianQin Mission, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Frontiers Science Center for TianQin, Gravitational Wave Research Center of CNSA, Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai, Guangdong 519082, China

\* E-mail: fanlei6@mail.sysu.edu.cn