

# 光电工程

## Opto-Electronic Engineering

中文核心期刊 中国科技核心期刊  
Scopus CSCD

### 空间引力波探测干涉仪探测模式比较研究

吴金贵, 王小勇, 白绍竣, 吴铠岚, 郭忠凯, 郑永超, 王芸, 林栩凌

#### 引用本文:

吴金贵, 王小勇, 白绍竣, 等. 空间引力波探测干涉仪探测模式比较研究[J]. *光电工程*, 2024, 51(2): 230134.

Wu J G, Wang X Y, Bai S J, et al. Comparative study of detection modes for space-based gravitational wave observation[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230134.

<https://doi.org/10.12086/oe.2024.230134>

收稿日期: 2023-06-12; 修改日期: 2023-11-09; 录用日期: 2023-11-09

### 相关论文

#### 空间引力波探测望远镜研究进展

王小勇, 白绍竣, 张倩, 林栩凌, 李洋, 夏晨晖

*光电工程* 2023, 50(11): 230219 doi: [10.12086/oe.2023.230219](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230219)

#### 望远镜光程稳定性测量方案设计及噪声理论分析

赵凯, 范纹彤, 海宏文, 张锐, 范磊

*光电工程* 2023, 50(11): 230158 doi: [10.12086/oe.2023.230158](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230158)

#### 基于离轴四反的空间引力波探测激光发射望远镜设计

范子超, 谈昊, 莫言, 王海博, 赵璐佳, 冀慧茹, 姜治渝, 彭如意, 付利平, 马冬林

*光电工程* 2023, 50(11): 230194 doi: [10.12086/oe.2023.230194](https://doi.org/10.12086/oe.2023.230194)

#### 空间引力波星载望远镜测试与评估技术研究进展

张兰强, 曾意, 吴小虎, 杨金生, 阮晓莉, 辛强, 顾乃庭, 饶长辉

*光电工程* 2024, 51(2): 240027 doi: [10.12086/oe.2024.240027](https://doi.org/10.12086/oe.2024.240027)

更多相关论文见光电期刊集群网站 



光电工程  
Opto-Electronic Engineering

<http://cn.ojournal.org/oe>



OE\_Journal



Website

DOI: 10.12086/oe.2024.230134

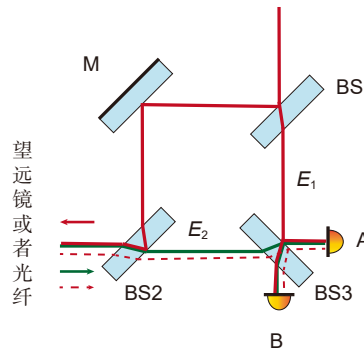
# 空间引力波探测干涉仪探测模式比较研究

吴金贵<sup>1,2,3</sup>, 王小勇<sup>1</sup>, 白绍竣<sup>1</sup>, 吴铠岚<sup>1,3</sup>, 郭忠凯<sup>1</sup>,  
郑永超<sup>1</sup>, 王芸<sup>1</sup>, 林翎凌<sup>1,3\*</sup>

<sup>1</sup>北京空间机电研究所, 北京 100094;

<sup>2</sup>首都师范大学数学科学学院, 北京 150001;

<sup>3</sup>兰州大学物理科学与技术学院, 甘肃 兰州 730000



**摘要:** 为了实现毫赫兹频段的引力波信号测量, 基于激光干涉体制的空间引力波探测计划要求干涉系统硬件本底噪声低于星间散粒噪声极限, 这对光机设计及相应干涉载荷提出了严苛的工程指标。本文从探测模式选择的角度出发, 推导了在单探测器模式和平衡模式下读出噪声和杂散光噪声在干涉信号中的表达形式, 并就科学干涉仪的弱光干涉过程进行了详细讨论。结果表明, 平衡模式可以跨量级的抑制激光功率涨落和后向杂散光引起的干涉相位噪声, 但其抑制能力受限于合束器的不等比分光性质。为此引入相对增益因子来补偿合束器的不等比分光特性, 进一步的分析表明, 电子学手段的增益补偿只能消除不等比分光对两者之一的影响, 不能同时兼顾, 需要在激光功率涨落噪声和杂散光噪声的抑制之间平衡选择增益补偿。即便如此, 平衡模式下的跨量级的噪声抑制能力, 仍然可望降低对激光功率涨落和望远镜杂散光的工程指标要求。

**关键词:** 引力波探测; 平衡探测模式; 读出噪声; 杂散光分析

**中图分类号:** TH744, O439

**文献标志码:** A

吴金贵, 王小勇, 白绍竣, 等. 空间引力波探测干涉仪探测模式比较研究 [J]. 光电工程, 2024, 51(2): 230134

Wu J G, Wang X Y, Bai S J, et al. Comparative study of detection modes for space-based gravitational wave observation[J].

Opto-Electron Eng, 2024, 51(2): 230134

## Comparative study of detection modes for space-based gravitational wave observation

Wu Jingui<sup>1,2,3</sup>, Wang Xiaoyong<sup>1</sup>, Bai Shaojun<sup>1</sup>, Wu Kailan<sup>1,3</sup>, Guo Zhongkai<sup>1</sup>,  
Zheng Yongchao<sup>1</sup>, Wang Yun<sup>1</sup>, Lin Xuling<sup>1,3\*</sup>

<sup>1</sup>Beijing Institute of Space Mechanics & Electricity, Beijing 100094, China;

<sup>2</sup>School of Mathematical Science, Capital Normal University, Beijing 100048, China;

<sup>3</sup>School of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu 730000, China

**Abstract:** In order to achieve the measurement of gravitational wave signals in the millihertz frequency band, the

收稿日期: 2023-06-12; 修回日期: 2023-11-09; 录用日期: 2023-11-09

基金项目: 国家重点研发计划 (2021YFC2202000, 2021YFC2202102, 2020YFC2200404, 2020YFC2202201); 中国空间技术研究院杰出青年基金项目 (LXL2022); 中国航天科技集团青年拔尖人才基金项目 (201981)

\*通信作者: 林翎凌, gezila@sina.cn。

版权所有©2024 中国科学院光电技术研究所

space-based gravitational wave detection projects such as LISA, TianQin, and Taiji projects, which are based on laser interference systems, require the hardware noise floor of the interferometers to be lower than the interstellar weak light shot noise limit. This imposes stringent engineering specifications on the optical-mechanical design and the corresponding interferometer payload. This paper approaches the issue from the perspective of detection mode selection and derives the expressions of readout noise and stray light noise in the interference signal under the single detector mode and the balanced mode. Furthermore, a detailed discussion is provided on the weak-light interference process of the scientific interferometer. The results demonstrate that the balanced mode is capable of suppressing the interference phase noise caused by laser power fluctuations and backscattered stray light across multiple orders of magnitude. However, the suppression capability is constrained by the unequal splitting property of the beam combiner. To address this, a relative gain factor is introduced to compensate for the unequal splitting property of the beam combiner. Further analysis reveals that electronic gain compensation can only eliminate the impact of unequal splitting on one of the two noises rather than both simultaneously. Therefore, a balance must be struck in selecting gain compensation between the suppression of laser power fluctuation noise and stray light noise. Even with this consideration, the balanced mode still offers significant noise suppression capabilities at a magnitude difference, thus potentially reducing the engineering requirements for laser power fluctuations and telescope backscattered stray light.

**Keywords:** gravitational wave observation; balanced detection mode; read out noise; straylight analysis

## 1 引言

空间引力波探测计划通过在三星之间交换激光并对其干涉测量来获取引力波信号, 而卫星的轨道运动导致三角形星座内角变化, 称为呼吸角变化, 其幅度大于激光发散角, 为了远端卫星能够接收到足够的功率, 保证激光干涉信号的设计载噪比, 必须对激光发射指向进行主动补偿<sup>[1-3]</sup>。主动补偿的方式有两种, 其一是在单个臂上整体转动惯性传感器-光学平台-望远镜机械结构<sup>[1-3]</sup>; 其二是在望远镜结构内增加扫描机构, 控制发射激光指向从而补偿呼吸角<sup>[4-7]</sup>。

为了管理星间干涉频率, 以及为频率噪声后处理提供数据支撑, 需要将星载激光器频率锁定到主光源上, 这要求同一卫星两臂上的激光源发生干涉形成参考干涉仪<sup>[8-9]</sup>, 从而需要向邻平台传输激光, 整体指向补偿下卫星两臂的载荷存在机械移动, 空间光形式的光学传输受到限制, 只能利用光纤在之间交换激光构建稳定的参考干涉光路。两平台的激光在该光纤中反向传输, 实验研究表明光纤噪声对激光传输方向不敏感, 通过对不同探测器的数据流组合可以有效共模消除单程光纤噪声。然而光纤后向散射引起激光回流且携带不稳定光程噪声, 会在所有本地干涉仪中产生相位随机的伪干涉信号, 引起的相位噪声超过皮米测量指标要求, 需要采取平衡探测模式并结合数据后处理才能抑制该伪干涉信号造成的相位噪声<sup>[10-13]</sup>。视场内

指向补偿下两臂的载荷不存在机械移动, 支持空间光传输方式, 单探测器接收也能满足高精度干涉仪的构建要求, 其难点转移到超稳望远镜的实现上。比如对于 LISA 轨道, 呼吸角的幅值变化量级为  $1^\circ$ , 在不同角放大率的光学空间中, 对补偿机构有不同的行程及镜面尺寸要求, 越靠近光学平台的空间角放大率越大, 光斑越小, 对镜面尺寸要求越小, 但是对补偿机构行程要求越大。同时望远镜设计需要满足能够实现大呼吸角补偿的较宽视场并保证后向杂散光抑制能力及光路折叠部分的结构稳定性<sup>[14]</sup>。

可见不同的呼吸角补偿方式对光学平台设计及探测模式的选择造成直接影响, 而不同的探测模式在空间引力波探测场景下具有各自的优势及缺陷。本文首先比较分析了探测模式的选择约束条件, 然后对不同模式下的读出噪声和杂散光噪声进行了理论分析, 最后依据皮米精度测量指标要求, 对比分析了不同探测模式对工程指标实现的约束。

## 2 探测模式比较分析

### 2.1 平台资源占比及抗干扰能力比较

图 1 所示为干涉仪合束光路, 其中探测器位于合束镜 (BS) 的两个输出口端用于接收激光干涉信号。单探测器模式下, 只用一个输出口的探测器信号作为主信号, 另一探测器的干涉信号作为冗余备份。平衡

探测信号则需要通过对合束镜两个输出出口的干涉信号作差得到。为了备份设置, 平衡探测干涉光路需要四个探测器, 数量是单探测器模式的两倍。同时为了抑制 TTL 噪声, 根据物像等光程原理, 需要利用成像系统将检验质量光斑入射点或者望远镜入瞳投影到探测器光敏面上, 成像系统的设置会增大干涉仪的空间占用需求<sup>[15-16]</sup>, 所以相比于平衡探测模式, 单探测器模式所占用的平台空间更少, 所需要的相位计电子学通道也更多。然而平衡探测模式对噪声有更强的抗干扰能力, 如图 2 所示, 由杂散光引起的伪干涉信号和激光强度噪声在合束器的两个输出口可以用相量 (phasor) 表示, 当合束镜是理想等透反比时, 它们对载波相位的影响可以表示为

$$\begin{cases} S_A = S + N \\ S_B = -S + N \end{cases}, \quad (1)$$

其中:  $S_A, S_B$  为两输出口干涉信号的相量,  $S = \exp[2\pi f_h t]$  为幅值归一化的理想载波相量, 锁相环相位计对于加性噪声具有带通滤波的功能, 这使得通过锁相环后其对载波相位的影响等效于窄带噪声, 相量表示为  $N = \epsilon \exp[2\pi f_h t + \phi_e(t)]$ , 中心频率为  $f_h$ , 均方幅值为相位计带宽内加性噪声均方值, 相位随机变化, 其中  $\epsilon$  为噪声相对于载波的幅值; 对于杂散光伪干涉信号, 在某些情况下 (见下文分析) 也能满足式 (1)。因此在单探测器模式下, 噪声相量混合在载波向量中不可区分, 而平衡信号的构造为两束出口信号作差, 结果为

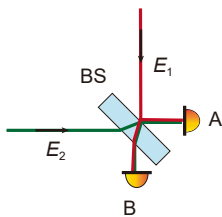


图 1 探测模式光路

Fig. 1 Optical path of detection scheme

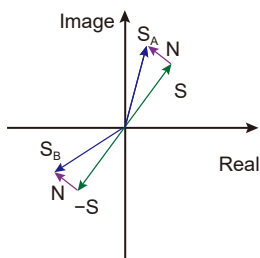


图 2 干涉信号相量表示

Fig. 2 Phasor presentation of interference signal

$$S_{bd} = S_A - S_B = 2S. \quad (2)$$

噪声相量在平衡信号中被抵消, 所以平衡探测模式具有更强的抗干扰能力, 特别是应对杂散光造成的伪干涉信号时, 在平衡信号中这种伪干涉信号可以被有效地消除。

## 2.2 读出噪声分析

### 2.2.1 外差干涉信号

如图 1 所示, 设 BS 的对激光电场强度的反射系数为  $\rho$ , 透射系数为  $\tau$ , 且  $\rho^2 + \tau^2 = 1$ , 可得 BS 两输出出口的激光功率信号为

$$\begin{cases} P_A(t) = 2\rho\tau \sqrt{\eta_{12}P_1(t)P_2(t)} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) \\ \quad + \rho^2P_1(t) + \tau^2P_2(t) \\ P_B(t) = -2\rho\tau \sqrt{\eta_{12}P_1(t)P_2(t)} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) \\ \quad + \tau^2P_1(t) + \rho^2P_2(t) \end{cases}, \quad (3)$$

其中:  $\omega_{12} = 2\pi f_h$ ,  $\varphi_{12}$  分别表示入射光束电场强度  $E_1, E_2$  的角频率差和干涉相位差,  $P_1(t), P_2(t)$  表示两光照射在探测器上的功率,  $\eta_{12}$  表示外差干涉效率。

在单探测器模式下, 选择输出口 A 或 B 的信号进行 ADC 采样和锁相追踪, 得到正弦信号的相位; 而平衡探测模式将 BS 两输出端的信号相减再进行锁相追踪。由于输出口 A 和 B 的载波信号反相, 直流部分同号, 所以在平衡探测模式下直流信号会得到较大的抵消, 载波信号得到增强。为了降低 BS 非理想等比分光对直流消除的影响, 可以通过调节 BS 两输出口探测器的增益来做补偿, 设输出口 A 探测器增益为 1, 输出口 B 增益为  $G$ , 以  $R_{pd}$  表示探测器响应度其值约为  $0.69A/W$ , 可得冗余设置下干涉信号光电流为:

单探测器模式

$$I_O(t) = R_{pd} [2\rho\tau \sqrt{\eta_{12}P_1(t)P_2(t)} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) + \rho^2P_1(t) + \tau^2P_2(t)], \quad (4)$$

平衡探测模式

$$I_{bd}(t) = \frac{R_{pd}}{2} [2(1+G)\rho\tau \sqrt{\eta_{12}P_1(t)P_2(t)} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) + (\rho^2 - G \cdot \tau^2)P_1(t) + (\tau^2 - G \cdot \rho^2)P_2(t)]. \quad (5)$$

可见调节增益平衡可以完全消除其中一路光功率的直流项, 这对于科学干涉仪很有意义, 因为科学干涉仪是星间弱光与本地强光的干涉, 干涉信号中的直流部分几乎由本地光引起, 在平衡模式下可以通过增益调节补偿分光比非理想性, 从而降低光电流的直流成分噪声。

### 2.2.2 读出噪声表达式

光子散粒噪声, 探测器噪声和激光相对强度噪声对载波信号的干扰造成的相位噪声共同称为读出噪声, 其中散粒噪声, 探测器噪声和干涉信号中直流功率涨落属于加性噪声, 因此在锁相环中对载波的影响等效于窄带噪声, 其造成的载波相位噪声幅值谱密度可由式 (6) 计算<sup>[17]</sup>:

$$\psi = \frac{\sqrt{S_I(f_{12})}}{\hat{I}_{\text{rms}}}, \quad (6)$$

其中:  $\psi$  表示载波相位噪声幅值谱密度, 单位是  $\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ , 为白噪声;  $S_I(f_{12})$  表示电流加性噪声在载波频率  $f_{12}$  的功率谱密度;  $\hat{I}_{\text{rms}}$  表示载波信号电流的均方值。由式 (4) 和 (5) 可知, 在单探测器模式和平衡探测模式下载波电流均方值分别为

$$\begin{cases} \hat{I}_{\text{rms,o}} = \sqrt{2\rho\tau R_{\text{pd}} \sqrt{\eta_{12} P_1 P_2}} \\ \hat{I}_{\text{rms,bd}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho\tau R_{\text{pd}} (1+G) \sqrt{\eta_{12} P_1 P_2} \end{cases}, \quad (7)$$

其中, 散粒噪声来源于光子数的统计涨落, 它会在探测器的光电流信号上加上一个白噪声背景, 由于散粒噪声对于不同探测器非相关, 所以无论在单探测器模式下还是在平衡信号中, 它的功率谱密度都可以近似为<sup>[18-19]</sup>

$$S_{\text{shot}} = 2q_e I_{\text{dc}} \approx q_e R_{\text{pd}} (P_1 + P_2), \quad (8)$$

其中:  $I_{\text{dc}}$  表示信号电流的直流分量,  $q_e$  为电子电荷量。

而探测器噪声主要包括约翰逊噪声和放大电路噪声, 每个电子学通道中的探测器噪声均非相关, 其噪声功率谱可以由实验测量得到, 为了后文计算方便, 将其中一个象限元及其后续放大电路的等效电流噪声功率谱记为  $S_{\text{pd}}$ 。

对于激光功率涨落引起的载波相位噪声的分析, 需要将入射激光功率分解为平均功率  $P_{1,2}$  和相对涨落  $r_{1,2}(t)$  两部分为

$$P_{1,2}(t) = P_{1,2} [1 + r_{1,2}(t)], \quad (9)$$

其中  $r_1(t), r_2(t) \ll 1$ , 在空间引力波探测的光路设计中, 所有干涉信号均来自于两个激光器, 因此具有非相关的功率涨落, 但每个激光器的相对强度噪声功率谱应

应该近似相等,  $S_{r_1}(f) \approx S_{r_2}(f) \approx S_r(f)$ 。将式 (9) 代入式 (4) 和 (5) 并近似到  $r_1, r_2$  的一阶项, 得单探测器模式和平衡探测模式下的干涉信号光电流为

$$I_o(t) = R_{\text{pd}} \left\{ 2\rho\tau \sqrt{\eta_{12} P_1 P_2} \left[ 1 + \frac{1}{2} r_1(t) + \frac{1}{2} r_2(t) \right] \cdot \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) + \rho^2 P_1 [1 + r_1(t)] + \tau^2 P_2 [1 + r_2(t)] \right\}, \quad (10)$$

$$I_{\text{bd}}(t) = \frac{R_{\text{pd}}}{2} \left\{ 2(1+G)\rho\tau \sqrt{\eta_{12} P_1 P_2} \left[ 1 + \frac{1}{2} r_1(t) + \frac{1}{2} r_2(t) \right] \cdot \cos(\omega_{12}t + \varphi_{12}) + (\rho^2 - G\tau^2) \cdot [P_1 - P_1 r_1(t)] + (\tau^2 - G\rho^2) [P_2 - P_2 r_2(t)] \right\}, \quad (11)$$

可以看到式 (10) 和 (11) 大括号里面后两项中, 强度噪声直接作为加性噪声存在于干涉信号电流中; 而在前一项中, 强度噪声贡献在载波幅值上, 可以看作强度噪声与载波相乘后作为加性噪声叠加在载波上。对于直接作为加性噪声的部分, 由相对涨落的功率谱密度可得该加性噪声在载波频点的功率谱密度分别为<sup>[11]</sup>

$$S_{\text{I}_f\text{RIN,o}}(f) = R_{\text{pd}}^2 (\rho^4 P_1^2 + \tau^4 P_2^2) S_r(f), \quad (12)$$

$$S_{\text{I}_f\text{RIN,bd}}(f) = \frac{R_{\text{pd}}^2}{4} \left[ (\rho^2 - G\tau^2)^2 P_1^2 + (\tau^2 - G\rho^2)^2 P_2^2 \right] S_r(f). \quad (13)$$

而与载波相乘的强度噪声项, 其有效的功率谱密度为式 (14) 和 (15), 计算方法可以参考文献 [20]:

$$S_{2f\text{RIN}}(f) = \frac{R_{\text{pd}}^2}{2} \eta_{12} \rho^2 \tau^2 P_1 P_2 S_r(f + f_{12}), \quad (14)$$

$$S_{2f\text{RIN}}(f) = \frac{R_{\text{pd}}^2 (1+G)^2}{8} \eta_{12} \rho^2 \tau^2 P_1 P_2 S_r(f + f_{12}). \quad (15)$$

采取四象限探测器接收干涉信号, 其具有四个光敏元, 取四象限信号的相位平均为轴向光程信号, 对于象限非相关噪声, 包括散粒噪声和探测器噪声,  $N$  次象元平均将会有  $\sqrt{N}$  倍的信噪比提升。根据以上得到的各项电流噪声功率谱及式 (6) 和 (7), 结合象元平均计算, 可得结果如表 1 所示。由表 1, 可得单探测器模式和平衡探测模式在冷冗余下总的读出噪声幅值谱密度见式 (16)。

$$\begin{cases} \psi_{\text{readout,o}} = \left[ \frac{1}{2\rho^2\tau^2} \frac{q_e(P_1+P_2)}{\eta_{12}R_{\text{pd}}P_1P_2} + \frac{2}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2} \frac{S_{\text{pd}}(f_{12})}{\eta_{12}P_1P_2} + \frac{S_r(f_{12})}{2\eta_{12}} \left( \frac{\rho^2P_1}{\tau^2P_2} + \frac{\tau^2P_2}{\rho^2P_1} \right) + \frac{S_r(2f_{12})}{4} \right]^{1/2} \\ \psi_{\text{readout,bd}} = \left[ \frac{2}{\rho^2\tau^2(1+G)^2} \frac{q_e(P_1+P_2)}{\eta_{12}R_{\text{pd}}P_1P_2} + \frac{4}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2(1+G)^2} \frac{S_{\text{pd}}(f_{12})}{\eta_{12}P_1P_2} + \frac{S_r(f_{12})}{2\eta_{12}\rho\tau(1+G)} \left( (\rho^2 - G\tau^2) \frac{P_1}{P_2} + (\tau^2 - G\rho^2) \frac{P_2}{P_1} \right) + \frac{S_r(2f_{12})}{4} \right]^{1/2} \end{cases}. \quad (16)$$

表 1 读出噪声总结  
Table 1 Summarize of read out noise

		单像元(对)加性噪声功率谱密度	四象限平均相位噪声幅值谱密度
散粒噪声	单探测器	$\frac{1}{4}q_e R_{pd}(P_1 + P_2)$	$\frac{\sqrt{2}}{2\rho\tau} \sqrt{\frac{q_e(P_1 + P_2)}{\eta_{12}R_{pd}P_1P_2}}$
	平衡模式	$\frac{1}{4}q_e R_{pd}(P_1 + P_2)$	$\frac{\sqrt{2}}{\rho\tau(1+G)} \sqrt{\frac{q_e(P_1 + P_2)}{\eta_{12}R_{pd}P_1P_2}}$
探测器噪声	单探测器	$S_{pd}$	$\frac{\sqrt{2}}{\rho\tau R_{pd}} \sqrt{\frac{S_{pd}}{\eta_{12}P_1P_2}}$
	平衡模式	$2S_{pd}$	$\frac{4}{\rho\tau R_{pd}(1+G)} \sqrt{\frac{S_{pd}}{\eta_{12}P_1P_2}}$
强度噪声1f_RIN	单探测器	$\frac{R_{pd}^2}{16}(\rho^4 P_1^2 + \tau^4 P_2^2)S_r(f)$	$\frac{\sqrt{S_r(f_{12})}}{\sqrt{2}\eta_{12}} \sqrt{\frac{\rho^2 P_1}{\tau^2 P_2} + \frac{\tau^2 P_2}{\rho^2 P_1}}$
	平衡模式	$\frac{R_{pd}^2}{64}[(\rho^2 - G\tau^2)^2 P_1^2 + (\tau^2 - G\rho^2)^2 P_2^2]S_r(f)$	$\frac{\sqrt{S_r(f_{12})}}{\sqrt{2}\eta_{12}\rho\tau(1+G)} \sqrt{(\rho^2 - G\tau^2)^2 \frac{P_1}{P_2} + (\tau^2 - G\rho^2)^2 \frac{P_2}{P_1}}$
强度噪声2f_RIN	单探测器	$\frac{R_{pd}^2}{32}\eta_{12}\rho^2\tau^2 P_1 P_2 S_r(f + f_{12})$	$\frac{\sqrt{S_r(2f_{12})}}{2}$
	平衡模式	$\frac{R_{pd}^2(1+G)^2}{128}\eta_{12}\rho^2\tau^2 P_1 P_2 S_r(f + f_{12})$	$\frac{\sqrt{S_r(2f_{12})}}{2}$

### 2.3 杂散光噪声分析

假设杂散光具有确定振幅和随机相位噪声, 在合束之前它既可能和信号光  $E_1 = A_1 \exp(i\omega_1 t)$  共路, 也可能和信号光  $E_2 = A_2 \exp(i\omega_2 t)$  共路, 并且其频率既可能与  $E_1$  相同, 也可能与  $E_2$  相同, 则包含杂散光进入合束器的相干组分可以表示为

$$\begin{cases} \widetilde{E}_1 = A_1 \exp[i\omega_1 t] + A_{11} \exp[i(\omega_1 t + \varphi_{11})] \\ \quad + A_{12} \exp[i(\omega_2 t + \varphi_{12})] \\ \widetilde{E}_2 = A_2 \exp[i\omega_2 t] + A_{21} \exp[i(\omega_1 t + \varphi_{21})] \\ \quad + A_{22} \exp[i(\omega_2 t + \varphi_{22})] \end{cases}, \quad (17)$$

其中:  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  表示杂散光振幅;  $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22}$  表示杂散光相位, 为随机噪声。根据在合束前杂散光与信号光是否共路以及是否同频, 任一对杂散光和信号光组合都是下列四种情况之一: 同频共路组合, 异频共路组合, 同频异路组合, 异频异路组合。

按照这种分类来讨论杂散光和信号光的相对振幅。因为杂散光主要来源于表面散射或者鬼反射, 对于干涉仪中的同频共路组合, 一般在光路设计时需要保证杂散光的振幅远小于信号光, 即满足

$$\begin{cases} A_{11} \ll A_1 \\ A_{22} \ll A_2 \end{cases}. \quad (18)$$

而对于异频共路组合则需要分情况考虑, 对于本

地干涉仪, 功率可以按需求分配, 能够保证  $A_1 \approx A_2$ , 即两信号光几乎具有相同的振幅, 这时也可以认为杂散光振幅远小于信号光, 比如在 LISA 整体指向的光路设计下, 在相邻平台之间交换激光的光纤后向杂散光的情况, 经实验测量杂散光功与入射光功率的相对值约为 1 ppm。若入射进光纤的功率为 80 mW, 则杂散光功率为 80 nW, 而本地干涉仪可分配 1 mW 量级功率, 即杂散光与信号光的相对功率约为 80 ppm, 其振幅远小于两信号光, 即

$$A_1 \approx A_2, A_{12} \ll A_1, A_{21} \ll A_2. \quad (19)$$

但是当两信号光的功率悬殊太大时, 不能要求异频共路杂散光的量级远小于信号光。比如在科学干涉仪中, 接收光从远端卫星发射经过星间传播, 被接收的功率只有百皮瓦的量级, 而与之干涉的本地光功率可达毫瓦。即使本地杂散光振幅为本地光振幅的千分之一, 本地杂散光振幅与接收光相比也并不弱, 而可能是与之同量级。对于同频异路组合, 在本地干涉仪和科学干涉仪中杂散光振幅都远小于信号光; 而对于异频异路组合, 在本地干涉仪中可以认为杂散光振幅远小于信号光, 但在科学干涉仪中与本地光异频异路的杂散光振幅当远小于本地光, 与接收光异频异路的杂散光振幅可以有和接收光相同光的量级, 将所有情况总结为表 2。

表 2 杂散光振幅  
Table 2 Amplitude of stray light

	本地干涉仪 $A_1 \approx A_2$	科学干涉仪 $A_1 \gg A_2$
同频共路	$A_{11} \ll A_1, A_{22} \ll A_2$	$A_{11} \ll A_1, A_{22} \ll A_2$
异频共路	$A_{12} \ll A_1, A_{21} \ll A_2$	$A_{12} \ll A_1, A_{21} \approx A_2$
同频异路	$A_{21} \ll A_1, A_{12} \ll A_2$	$A_{21} \ll A_1, A_{12} \ll A_2$
异频异路	$A_{22} \ll A_1, A_{11} \ll A_2$	$A_{22} \ll A_1, A_{11} \approx A_2$
伪干涉信号相对幅值一阶小量	$\frac{A_{22}}{A_2}, \frac{A_{11}}{A_1}, \frac{A_{12}}{A_2}, \frac{A_{21}}{A_1}$	$\frac{A_{22}}{A_2}, \frac{A_{11}}{A_1}, \frac{A_{12}}{A_2}, \frac{A_{21}}{A_1}, \frac{A_{12}}{A_1}, \frac{A_{21}}{A_2}$
伪干涉信号相对幅值二阶小量	$\frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2}, \frac{A_{12} A_{21}}{A_1 A_2}, \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2}, \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2}$	$\frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2}, \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2}, \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2}$

在合束之后的干涉信号见式 (20)。可以看出, 包含因子  $\rho\tau$  的干涉项与载波具有相同的符号, 不能通过平衡信号构造消除, 然而其它伪干涉信号可以通过平衡信号构造得到抵消, 在  $P_B$  中引入增益因子  $G$  后平

衡信号为式 (21)。

于是单探测器模式和平衡探测信号经过  $I, Q$  解算得

(I) 单探测器信号  $I, Q$  结果为式 (22),

(II) 平衡探测信号  $I, Q$  结果为式 (23)。

$$\left\{ \begin{aligned} P_A &\propto \left[ (\rho\widetilde{E}_1 + \tau\widetilde{E}_2)^2 \right] = 2\rho\tau A_1 A_2 \cos(\omega_{12}t) + 2\rho^2 A_1 A_{12} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{12}) + 2\rho\tau A_1 A_{22} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{22}) \\ &\quad + 2\tau^2 A_2 A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21}) + 2\rho\tau A_2 A_{11} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11}) + 2\rho^2 A_{11} A_{12} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{12}) \\ &\quad + 2\tau^2 A_{21} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{22}) + 2\rho\tau A_{11} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{22}) + 2\rho\tau A_{12} A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{12}) + DC \\ P_B &\propto \left[ (\tau\widetilde{E}_1 - \rho\widetilde{E}_2)^2 \right] = -2\rho\tau A_1 A_2 \cos(\omega_{12}t) + 2\tau^2 A_1 A_{12} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{12}) - 2\rho\tau A_1 A_{22} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{22}) \\ &\quad + 2\rho^2 A_2 A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21}) - 2\rho\tau A_2 A_{11} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11}) + 2\tau^2 A_{11} A_{12} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{12}) \\ &\quad + 2\rho^2 A_{21} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{22}) - 2\rho\tau A_{11} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{22}) - 2\rho\tau A_{12} A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{12}) + DC \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\begin{aligned} P_A - GP_B &\propto +2\rho\tau(1+G)[A_1 A_2 \cos(\omega_{12}t) + A_1 A_{22} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{22}) + A_2 A_{11} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11}) \\ &\quad + A_{11} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{22}) + A_{12} A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{12})] \\ &\quad + 2(\rho^2 - G\tau^2)[A_1 A_{12} \cos(\omega_{12}t - \varphi_{12}) + A_{11} A_{12} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{11} - \varphi_{12})] \\ &\quad + 2(\tau^2 - G\rho^2)[A_2 A_{21} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21}) + A_{21} A_{22} \cos(\omega_{12}t + \varphi_{21} - \varphi_{22})], \end{aligned} \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Q &= \langle (P_A) \sin(\omega_{12}t) \rangle \propto - \left[ \frac{A_{22}}{A_2} \sin(-\varphi_{22}) + \frac{A_{11}}{A_1} \sin(\varphi_{11}) + \frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{22}) + \frac{A_{21} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{21} - \varphi_{12}) \right] \\ &\quad - \frac{\rho}{\tau} \left[ \frac{A_{12}}{A_2} \sin(-\varphi_{12}) + \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{12}) \right] - \frac{\tau}{\rho} \left[ \frac{A_{21}}{A_1} \sin(\varphi_{21}) + \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{21} - \varphi_{22}) \right] \\ I &= \langle (P_A) \cos(\omega_{12}t) \rangle \propto \left[ 1 + \frac{A_{22}}{A_2} \cos(-\varphi_{22}) + \frac{A_{11}}{A_1} \cos(\varphi_{11}) + \frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{11} - \varphi_{22}) + \frac{A_{21} A_{12}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{21} - \varphi_{12}) \right] \\ &\quad + \frac{\rho}{\tau} \left[ \frac{A_{12}}{A_2} \cos(-\varphi_{12}) + \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{11} - \varphi_{12}) \right] + \frac{\tau}{\rho} \left[ \frac{A_{21}}{A_1} \cos(\varphi_{21}) + \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{21} - \varphi_{22}) \right] \end{aligned} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Q &= \langle (P_A - P_B) \sin(\omega_{12}t) \rangle \propto - \left[ \frac{A_{22}}{A_2} \sin(-\varphi_{22}) + \frac{A_{11}}{A_1} \sin(\varphi_{11}) + \frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{22}) + \frac{A_{12} A_{21}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{21} - \varphi_{12}) \right] \\ &\quad - \frac{(\rho^2 - G\tau^2)}{\rho\tau(1+G)} \left[ \frac{A_{12}}{A_2} \sin(-\varphi_{12}) + \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{12}) \right] - \frac{(\tau^2 - G\rho^2)}{\rho\tau(1+G)} \left[ \frac{A_{21}}{A_1} \sin(\varphi_{21}) + \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{21} - \varphi_{22}) \right] \\ I &= \langle (P_A - P_B) \cos(\omega_{12}t) \rangle \propto \left[ 1 + \frac{A_{22}}{A_2} \cos(-\varphi_{22}) + \frac{A_{11}}{A_1} \cos(\varphi_{11}) + \frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{11} - \varphi_{22}) + \frac{A_{12} A_{21}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{21} - \varphi_{12}) \right] \\ &\quad + \frac{(\rho^2 - G\tau^2)}{\rho\tau(1+G)} \left[ \frac{A_{12}}{A_2} \cos(-\varphi_{12}) + \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{11} - \varphi_{12}) \right] + \frac{(\tau^2 - G\rho^2)}{\rho\tau(1+G)} \left[ \frac{A_{21}}{A_1} \cos(\varphi_{21}) + \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \cos(\varphi_{21} - \varphi_{22}) \right] \end{aligned} \right. \quad (23)$$

其中 $\langle \bullet \rangle$ 表示对信号低通滤波。则杂散光噪声为

$$\varphi_s = \arctan \left[ \frac{Q}{I} \right]. \quad (24)$$

由式 (22)、(23) 可知, 杂散光项的振幅相对于载波振幅均为小量, 当单独计算每一项对载波相位的影响时, 可以利用近似关系

$$\arctan \left[ \frac{x}{1+x} \right] \approx x, x \ll 1. \quad (25)$$

于是对于单探测器模式和平衡探测模式, 分别可以计算得每一项杂散光单独对载波的相位噪声, 其结果如表 3 所示。

### 3 噪声指标对比分析

#### 3.1 读出噪声指标对比分析

空间引力波探测在光路设计上采取分段式干涉读出, 分为本地干涉仪和星间科学干涉仪, 其中科学干

涉仪的数据流包含引力波信号, 而本地干涉仪则起到相位参考和卫星位移噪声共模测量的作用。它们的另外一个区别在于激光入射功率分配的不同, 科学干涉仪读取星间激光和本地激光干涉信号, 由于激光星间传播导致的发散, 接收光功率只有百皮瓦量级, 其读出噪声是本文分析的重点。而本地光的入射功率可以按设计分配, 读出噪声并非限制性因素, 因此本文不再对此进行分析。

对于科学干涉仪, 需要以读出噪声最优化原则进行功率分配, 假设 $P_2$ 为接收光平均功率, 并且为了方便计算假设为 300 pW,  $P_1$ 为本地光平均功率, 满足

$$P_1 \gg P_2 \approx 300 \text{ pW}. \quad (26)$$

于是在读出噪声表达式 (16) 中, 可以取近似  $P_2/P_1 \approx 0$ , 科学干涉仪读出噪声在该近似下为式 (27) 和式 (28)。

$$\begin{aligned} \psi_{\text{sci}, o} &= \left[ \frac{1}{2\rho^2\tau^2} \frac{q_e}{\eta_{12}R_{\text{pd}}P_2} + \frac{2}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2} \frac{S_{\text{pd}}(f_{12})}{\eta_{12}P_1P_2} + \frac{S_r(f_{12})\rho^2P_1}{2\eta_{12}\tau^2P_2} + \frac{S_r(2f_{12})}{4} \right]^{1/2} \\ &\approx \left[ \frac{q_e}{2\rho^2\tau^2\eta_{12}R_{\text{pd}}P_2} + \frac{2}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2\eta_{12}P_1P_2} S_{\text{pd}} + \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2\eta_{12}} \frac{\rho^2P_1}{\tau^2P_2} \right) S_r \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{sci}, \text{bd}} &= \left[ \frac{2}{\rho^2\tau^2(1+G)^2} \frac{q_e}{\eta_{12}R_{\text{pd}}P_2} + \frac{4}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2(1+G)^2} \frac{S_{\text{pd}}(f_{12})}{\eta_{12}P_1P_2} + \frac{S_r(f_{12})}{2\eta_{12}\rho\tau(1+G)} (\rho^2 - G\tau^2)^2 \frac{P_1}{P_2} + \frac{S_r(2f_{12})}{4} \right]^{1/2} \\ &\approx \left[ \frac{2q_e}{\rho^2\tau^2(1+G)^2\eta_{12}R_{\text{pd}}P_2} + \frac{4}{\rho^2\tau^2R_{\text{pd}}^2(1+G)^2\eta_{12}P_1P_2} S_{\text{pd}} + \left( \frac{\rho^2 - G\tau^2}{2\eta_{12}\rho\tau(1+G)} \frac{P_1}{P_2} + \frac{1}{4} \right) S_r \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (28)$$

表 3 杂散光引起的相位噪声  
Table 3 Phase noise induced by stray light

杂散光项	单探测器模式	平衡探测模式
$\frac{A_{22}}{A_2}$	$\frac{A_{22}}{A_2} \sin(\varphi_{22})$	$\frac{A_{22}}{A_2} \sin(\varphi_{22})$
$\frac{A_{11}}{A_1}$	$\frac{A_{11}}{A_1} \sin(-\varphi_{11})$	$\frac{A_{11}}{A_1} \sin(-\varphi_{11})$
$\frac{A_{12}}{A_2}$	$\frac{A_{12}}{A_2} \sin(\varphi_{12})$	$-\frac{(\rho^2 - G\tau^2)}{\rho\tau(1+G)} \frac{A_{12}}{A_2} \sin(-\varphi_{12})$
$\frac{A_{21}}{A_1}$	$\frac{A_{21}}{A_1} \sin(-\varphi_{21})$	$-\frac{(\tau^2 - G\rho^2)}{\rho\tau(1+G)} \frac{A_{21}}{A_1} \sin(\varphi_{21})$
$\frac{A_{12} A_{21}}{A_1 A_2}$	$\frac{A_{21} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{12} - \varphi_{21})$	$\frac{A_{21} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{12} - \varphi_{21})$
$\frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2}$	$\frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{22} - \varphi_{11})$	$\frac{A_{11} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{22} - \varphi_{11})$
$\frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2}$	$\frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{12} - \varphi_{11})$	$-\frac{(\rho^2 - G\tau^2)}{\rho\tau(1+G)} \frac{A_{11} A_{12}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{11} - \varphi_{12})$
$\frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2}$	$\frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{22} - \varphi_{21})$	$-\frac{(\tau^2 - G\rho^2)}{\rho\tau(1+G)} \frac{A_{21} A_{22}}{A_1 A_2} \sin(\varphi_{21} - \varphi_{22})$



由式 (27) 和 (28) 可知, 科学干涉仪散粒噪声仅由接收光功率决定, 而接收光功率由望远镜口径、星间距和发射激光功率决定。根据当前工程可实现指标, 其功率较为确定, 在百皮瓦 (太极, LISA) 或纳瓦 (天琴) 量级, 因星间接受光功率极弱, 科学干涉仪散粒噪声被认为是当前空间引力波探测激光干涉仪的极限噪声。另外在式 (27) 和 (28) 中, 不再区分  $1f\_RIN$  与  $2f\_RIN$  的频段, 在星间频率管理范围内将强度噪声  $S_r$  当作白噪声处理, 并将  $1f\_RIN$  与  $2f\_RIN$  合并为一项。

无论哪种探测模式, 探测器噪声和强度噪声相对于本地入射光功率都有竞争关系, 因此存在最佳本地入射功率使得整体读出噪声取极小值, 由式 (27) 和 (28) 对  $P_l$  求导并令导数为 0 可求得极值点及读出噪声极小值分别为

$$\begin{cases} P_{1,o,min} = \frac{2}{\rho^2 R_{pd}} \sqrt{\frac{S_{pd}}{S_r}} \\ \psi_{sci,o,mim} = \left[ \frac{q_e}{2\rho^2 \tau^2 \eta_{12} R_{pd} P_2} + \frac{2\sqrt{S_{pd} S_r}}{\tau^2 R_{pd} \eta_{12} P_2} + \frac{S_r}{4} \right]^{1/2} \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} P_{1,bd,min} = \frac{2\sqrt{2}}{R_{pd}} \sqrt{\frac{1}{\rho\tau(\rho^2 - G\tau^2)^2(1+G)} \frac{S_{pd}}{S_r}} \\ = \sqrt{\frac{2\rho^3}{\tau(\rho^2 - G\tau^2)^2(1+G)}} P_{1,o,min} \\ \psi_{sci,bd,mim} = \left[ \frac{2q_e}{\rho^2 \tau^2 (1+G)^2 \eta_{12} R_{pd} P_2} + \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\rho\tau(\rho^2 - G\tau^2)^2(1+G)}}{\rho^2 \tau^2 (1+G)^2 R_{pd} \eta_{12} P_2} \sqrt{\frac{S_{pd} S_r}{S_r}} + \frac{S_r}{4} \right]^{1/2} \end{cases} \quad (30)$$

实际上根据探测器噪声和  $1f\_RIN$  对  $P_l$  的依赖关系, 极小值点是使得这两项噪声相等的点, 以散粒噪声为参考要求极小值点相位噪声指标满足

$$\begin{cases} \frac{2\sqrt{S_{pd} S_r}}{\tau^2 R_{pd} \eta_{12} P_2} = \frac{4}{\rho^2 \tau^2 R_{pd}^2 \eta_{12} P_{1,o,min} P_2} S_{pd} \leq \frac{q_e}{2\rho^2 \tau^2 \eta_{12} R_{pd} P_2} \\ \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\rho\tau(\rho^2 - G\tau^2)(1+G)}}{\rho^2 \tau^2 (1+G)^2 R_{pd} \eta_{12} P_2} \sqrt{S_{pd} S_r} \\ = \frac{8}{\rho^2 \tau^2 R_{pd}^2 (1+G)^2 \eta_{12} P_{1,bd,min} P_2} S_{pd} \leq \frac{q_e}{2\rho^2 \tau^2 \eta_{12} R_{pd} P_2} \end{cases} \quad (31)$$

对于探测器的指标描述, 不仅需要关心其噪声功率谱密度, 还需要兼顾考虑它所能接受的饱和功率。

但空间引力波探测不关心带宽内噪声的整体均方值, 常用的动态范围指标不能够完全描述对探测器的要求。由于噪声功率谱密度为单位带宽内的噪声方差, 因此定义单位带宽动态范围如式 (32)。

$$D = 10 \log \left( \frac{P_{sat}}{\sqrt{1 \text{ Hz} \times \frac{S_{pd}}{R_{pd}^2}}} \right), \quad (32)$$

其中:  $P_{sat}$  表示单像元的饱和功率值。要使探测器工作于读出噪声极小值点, 探测器单像元的饱和功率必须大于  $P_{1,o,min}/8$  (单探测器模式) 或者  $P_{1,bd,min}/16$  (平衡探测模式), 根据式 (29) 和 (30) 可得

$$\begin{cases} D_o \geq -10 \log(4\rho^2 \sqrt{1 \text{ Hz} \times S_r}) \\ D_{bd} \geq -10 \log \left[ 4 \sqrt{2\rho\tau(\rho^2 - G\tau^2)^2(1+G)} \times \sqrt{1 \text{ Hz} \times S_r} \right] \end{cases} \quad (33)$$

这是探测器能达到极小值工作点对其单位带宽动态范围的要求, 然而另一方面从相位噪声指标上看, 根据式 (31) 可得在满足动态范围要求后为使得极小值点相位噪声低于散粒噪声极限, 其噪声功率谱密度仍需要满足

$$\begin{cases} \sqrt{S_{o,pd}} \leq 10^{\frac{D_o}{10}} q_e \times \sqrt{1 \text{ Hz}} \\ \sqrt{S_{o,pd}} \leq \frac{10^{\frac{D_{bd}}{10}} q_e}{(1+G)^2} \times \sqrt{1 \text{ Hz}} \end{cases} \quad (34)$$

可见工作于极小值点时, 对单探测器模式的单像元动态范围的需求由强度噪声决定, 根据单探测器模式下为了达到皮米测量指标对强度噪声  $S_r$  的典型要求, 强度噪声取值量级为  $S_r \approx 1 \times 10^{-16} \text{ Hz}^{-1}$ , 逐步增加强度噪声, 极值点左移, 强度噪声越大对其动态范围要求越小, 但对探测器等效电流噪声功率谱要求越严格, 其关系如图 3 所示, 图中除散粒噪声外的曲线为探测器噪声与  $1f\_RIN$  之和。平衡探测模式虽然可以通过调节两输出口相对增益  $G$  将对探测器等效电流噪声功率谱的要求转移到增加动态范围上, 但综合来说在对探测器指标约束上并没有体现出优势。

平衡探测的优势在于抑制  $1f\_RIN$  读出噪声, 由式 (28) 可知, 平衡模式下  $1f\_RIN$  项存在因子  $(\rho^2 - G\tau^2)$ , 即使分光比非理想, 仍可通过调节平衡增益比  $G$  使得该因子取值 0, 从而完全消除  $1f\_RIN$  读出噪声, 这可以将强度噪声  $S_r$  的指标要求降低到

2f\_RIN 的水平。由式 (30) 可知这时极小值点会因 G 的调节而发生变化, 探测器指标按照典型值设置为  $S_{pd} = 9 \times 10^{-24} A^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ , 其相位噪声幅值谱密度用符号  $\Psi_{sci,bd,pd}$  表示,  $S_r$  则可以由 2f\_RIN 项设置为  $S_r \leq 16\pi^2 \times 10^{-12} \text{ Hz}^{-1}$ , 其相对于单探测器模式要求的相对强度噪声典型值  $1 \times 10^{-16} \text{ Hz}^{-1}$  低于 6 个量级, 取外差干涉效率为 0.7, 可得 1f\_RIN 随 G 的关系如图 4 所示, 图中也画出了  $\Psi_{sci,bd,pd}$  和散粒噪声作为参考。

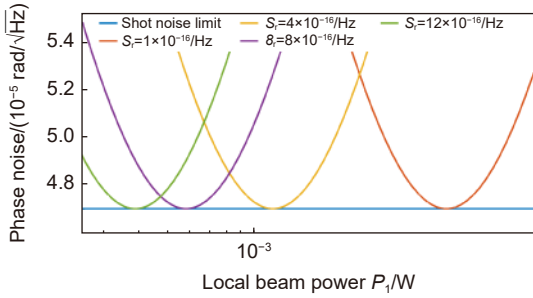


图 3 极值点移动  
Fig. 3 Extreme point shift

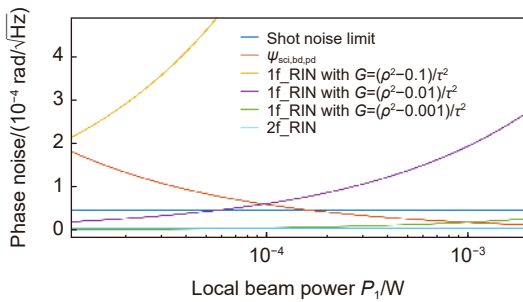


图 4 1f\_RIN 随平衡增益比 G 的变化  
Fig. 4 Relationship between 1f\_RIN and G

### 3.2 杂散光噪声指标对比分析

表 3 分析了不同杂散光伪干涉信号在不同探测模式下引起的相位噪声, 按照整体指向补偿呼吸角的设计, 本地干涉仪将不可避免地受光纤后向杂散光影响, 而无论是那种呼吸角补偿方案, 望远镜杂散光都始终存在于科学干涉仪中<sup>[21-24]</sup>, 这两种类型的杂散光也是本文分析的重点。根据 2.3 小节的定义, 这两种情况都只需要考虑  $E_1$  因为散射而与  $E_2$  共路传播的杂散光。如图 5 所示, 它们具有相同的等效光路结构, 所不同的是杂散光的振幅关系和杂散光相位噪声。对于科学干涉仪, 红线表示本地发射光, 其大部分功率由 BS1 反射, 入射进望远镜向星间传播, 其中一小部分留在平台上与星间接收光干涉, 是为  $E_1$ , 绿线表示星间接收光  $E_2$ , 红色虚线表示望远镜对发射光的后向散射光;

对于本地干涉仪只需要将望远镜替换为连接相邻平台的光纤,  $E_1$  表示本地光, 它会分出一部分进入光纤传输到邻平台, 而邻平台也通过同一根光纤将  $E_2$  光传输到本地平台, 虚线表示光纤对  $E_1$  的后向散射光。

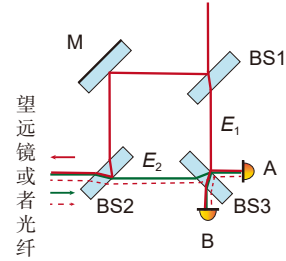


图 5 杂散光光路  
Fig. 5 Optical path of stray light

那么根据 2.3 小节的符号约定, 这两种类型的杂散光都满足  $A_{11} = A_{12} = A_{22} = 0$ , 而仅仅需要考虑与  $E_2$  共路传播与  $E_1$  同频的杂散光, 根据表 3 与可得杂散光引起的相位噪声在两种探测模式下分别为

$$\begin{cases} \varphi_{s,o} = \frac{A_{21}}{A_1} \sin(-\varphi_{21}) \\ \varphi_{s,bd} = -\frac{(\tau^2 - G\rho^2) A_{21}}{\rho\tau(1+G) A_1} \sin(\varphi_{21}) \end{cases} \quad (35)$$

对于本地干涉仪光纤后向杂散光, 其相位噪声由光纤引起, 稳定性差,  $\sin \varphi_{12} \approx 1$ , 从而其伪干涉信号造成的相位噪声完全由振幅比  $\frac{A_{21}}{A_1}$  决定, 实验研究表明在当前空间引力波激光干涉仪的光路设计下该振幅比大于 0.001, 因此其引入的相位噪声将远超过皮米指标的稳定性水平, 单探测器模式不能适用, 只能依靠平衡模式消除杂散光相位噪声的影响, 而这需调节两输出口的相对增益使得  $\rho^2 - G\tau^2 \leq 0.001$  即可。

对于科学干涉仪, 因为望远镜与光学平台采取刚性连接, 所以望远镜后向散射光具备较好的光程稳定性, 预估为  $10 \text{ nm} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ <sup>[25]</sup>, 则对于 1064 nm 的激光波长, 其相位稳定性约为  $2\pi \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ , 因此式 (35) 按相位噪声幅值谱密度可以表达为

$$\begin{cases} \varphi_{s,o} = \frac{A_{21}}{A_1} \times 2\pi \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{Hz}^{-1/2} \\ \varphi_{s,bd} = \frac{|\tau^2 - G\rho^2| A_{21}}{\rho\tau(1+G) A_1} \times 2\pi \times 10^{-2} \text{ rad} \cdot \text{Hz}^{-1/2} \end{cases} \quad (36)$$

由式 (36) 可知, 单探测器模式下必须抑制杂散光振幅才能够达到  $2\pi \mu\text{rad} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$  的相位稳定性, 而科学干涉仪本地入射功率的范围约 1 mW, 发射进望远镜

的功率为 1 W 量级, 因此单探测器模式下要求望远镜后向散射光功率与入射光功率比需要低于 $10^{-11}$ 。平衡模式虽然存在抑制因子 $|\tau^2 - G\rho^2|$ , 但是在考虑通过调节  $G$  对杂散光相位噪声进行抑制时, 还得兼顾读出噪声, 根据 3.1 节的分析, 平衡模式对 1f\_RIN 噪声的抑制因子为 $|\rho^2 - G\tau^2|$ , 两个抑制因子都和  $G$  有关但不相同, 因此不能通过调节  $G$  在完全抵消 1f\_RIN 的同时完全抑制望远镜后向杂散光噪声, 零点附近两个抑制因子随  $G$  的变化关系如图 6 所示。

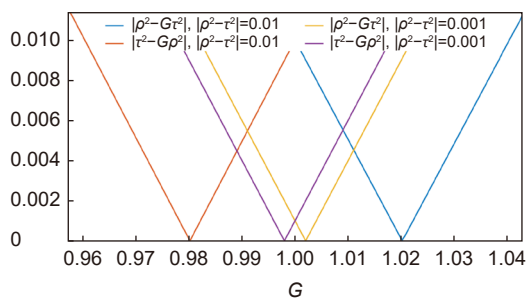


图 6 抑制因子随  $G$  的变化关系。

Fig. 6 Relationship between suppression factor and  $G$

当分光比接近理想时, 两个抑制因子关于  $G$  的零点都向 1 靠近, 且两个零点相互靠近, 在两个抑制因子相等的平衡点处  $G$  取 1, 此时两输出探测器没有增益差, 抑制因子等于合束镜对功率透反比差。虽然不能通过调节增益比  $G$  同时使得抑制因子取到 0, 但平衡模式相对于单探测器模式仍然具有优势, 因为即使取增益比为 1, 在合束镜的功率透反比差的影响下也具备跨量级的噪声抑制能力, 从而依然可望降低星间频率管理范围内对强度噪声的工程指标要求及对望远镜后向散射光抑制比的指标要求。

## 4 结论

本文对空间引力波激光干涉仪单探测器模式和平衡探测模式进行了比较分析, 推导了在这两种探测模式下不同读出噪声项的具体表达形式以及对杂散光导致的伪干涉信号引起的相位噪声表达形式, 并结合干涉仪的皮米噪声量级要求对相关工程指标约束进行了分析, 对于科学干涉仪重点分析了读出噪声及望远镜后向杂散光引起的相位噪声, 对于本地干涉仪重点分析了光纤后向杂散光引起的相位噪声。相较于单探测器模式, 平衡模式在噪声抑制方面具有的优势为

1) 可以有效抑制 1f\_RIN 项读出噪声, 从而弱化探测器噪声与 1f\_RIN 项读出噪声之间竞争关系, 降

低在星间频率管理带宽范围内对强度噪声的工程指标要求。

2) 无论是在科学干涉仪还是本地干涉仪中, 平衡模式都能提供对后向杂散光噪声的抑制因子, 特别对于光纤后向散射光问题, 只有平衡模式经过实验验证能够满足皮米稳定性指标。对于科学干涉仪来说, 平衡模式同样能够跨量级降低工程上对望远镜后向散射光的抑制比要求。

然而, 由于科学干涉仪需要同时考虑读出噪声和杂散光噪声的影响, 平衡模式的噪声抑制能力会受到合束镜非理想等比分光限制, 即使在引入增益差后也不能完全克服, 需要从强度噪声指标和杂散光抑制比指标的工程实现难度上, 在两者之间做出平衡选择。相反地, 单探测模式在噪声抗干扰能力上不占优势, 但其占用资源较少, 特别是平台空间资源, 能够设置更多的辅助干涉仪用作望远镜结构稳定性监控或者 PAAM 光程噪声监控等。

## 参考文献

- [1] Escudero Sanz I, Heske A, Livas J C. A telescope for LISA-the laser interferometer space antenna[J]. *Adv Opt Technol*, 2018, 7(6): 395-400.
- [2] Sallusti M, Gath P, Weise D, et al. LISA system design highlights[J]. *Class Quantum Grav*, 2009, 26(9): 094015.
- [3] Jennrich O. LISA technology and instrumentation[J]. *Class Quantum Grav*, 2009, 26(15): 153001.
- [4] Weise D R, Marenaci P, Weimer P, et al. Alternative optomechanical architectures for the LISA instrument[J]. *J Phys Conf Ser*, 2009, 154: 012029.
- [5] Brugger C, Broll B, Fitzsimons E, et al. An experiment to test in-field pointing for Elisa[J]. *Proc SPIE*, 2017, 10563: 105634D.
- [6] Witovet G, Human J. Realization and performance validation of the in-field pointing mechanism for the evolved laser interferometer space antenna[C]//*Proceedings of the 16th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*, Bilbao, 2015.
- [7] Livas J, Sankar S, West G, et al. eLISA telescope in-field pointing and scattered light study[J]. *J Phys Conf Ser*, 2017, 840: 012015.
- [8] Brzozowski W, Robertson D, Fitzsimons E, et al. The LISA optical bench: an overview and engineering challenges[J]. *Proc SPIE*, 2022, 12180: 121800O.
- [9] d'Arcio L, Bogenstahl J, Diekmann C, et al. An elegant breadboard of the optical bench for eLISA/NGO[J]. *Proc SPIE*, 2017, 10564: 105640I.
- [10] Fleddermann R. Interferometry for a space-based gravitational wave observatory: reciprocity of an optical fiber[D]. Hannover: Leibniz University Hannover, 2012.
- [11] Fleddermann R, Diekmann C, Steier F, et al. Sub-pm  $\sqrt{\text{Hz}}^{-1}$  non-reciprocal noise in the LISA backlink fiber[J]. *Class Quantum Grav*, 2018, 35(7): 075007.
- [12] Fleddermann R, Steier F, Tröbs M, et al. Measurement of the

- non-reciprocal phase noise of a polarization maintaining single-mode optical fiber[J]. *J Phys Conf Ser*, 2009, **154**: 012022.
- [13] Steier F, Fleddermann R, Bogenstahl J, et al. Construction of the LISA back-side fibre link interferometer prototype[J]. *Class Quantum Grav*, 2009, **26**(17): 175016.
- [14] Wang X Y, Bai S J, Zhang Q, et al. Research progress of telescopes for space-based gravitational wave missions[J]. *Opto-Electron Eng*, 2023, 50(11):, **50**(11): 230219.  
王小勇, 白绍竣, 张倩, 等. 空间引力波探测望远镜研究进展[J]. *光电工程*, 2023, 50(11):, **50**(11): 230219.
- [15] Chwalla M, Danzmann K, Dovale Álvarez M, et al. Optical suppression of tilt-to-length coupling in the LISA long-arm interferometer[J]. *Phys Rev Appl*, 2020, **14**(1): 014030.
- [16] Chwalla M, Danzmann K, Fernández Barranco G, et al. Design and construction of an optical test bed for LISA imaging systems and tilt-to-length coupling[J]. *Class Quantum Grav*, 2016, **33**(24): 245015.
- [17] Robins W P. *Phase Noise in Signal Sources*[M]. London: P. Peregrinus on Behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1982.
- [18] Esteban Delgado J J. Laser ranging and data communication for the laser interferometer space antenna[D]. Granada: University of Granada, 2012.
- [19] Barke S. Inter-spacecraft frequency distribution for future gravitational wave observatories[D]. Hannover: Leibniz University Hannover, 2015.
- [20] Wissel L, Wittchen A, Schwarze T S, et al. Relative-intensity-noise coupling in heterodyne interferometers[J]. *Phys Rev Appl*, 2022, **17**(2): 024025.
- [21] Livas J C, Arsenovic P, Crow J A, et al. Telescopes for space-based gravitational wave missions[J]. *Opt Eng*, 2013, **52**(9): 091811.
- [22] Livas J, Sankar S. Optical telescope design study results[J]. *J Phys Conf Ser*, 2015, **610**: 012029.
- [23] Livas J C, Sankar S R. Optical telescope system-level design considerations for a space-based gravitational wave mission[J]. *Proc SPIE*, 2016, **9904**: 99041K.
- [24] Sankar S R, Livas J C. Optical telescope design for a space-based gravitational-wave mission[J]. *Proc SPIE*, 2014, **9143**: 914314.
- [25] Spector A, Mueller G. Back-reflection from a Cassegrain telescope for space-based interferometric gravitational-wave detectors[J]. *Class Quantum Grav*, 2012, **29**(20): 205005.

## 作者简介



吴金贵(1997-), 男, 硕士, 主要研究方向为空间激光精密测量。

E-mail: wujg16@lzu.edu.cn



【通信作者】林栩凌(1982-), 男, 研究员, 主要研究方向为空间激光精密测量。

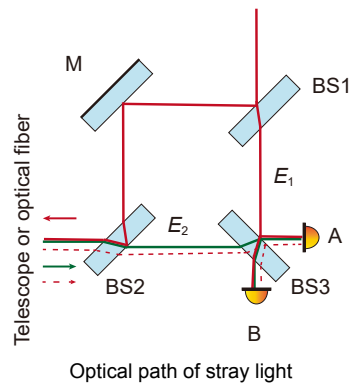
E-mail: gezila@sina.cn



扫描二维码, 获取PDF全文

# Comparative study of detection modes for space-based gravitational wave observation

Wu Jingui<sup>1,2,3</sup>, Wang Xiaoyong<sup>1</sup>, Bai Shaojun<sup>1</sup>, Wu Kailan<sup>1,3</sup>,  
Guo Zhongkai<sup>1</sup>, Zheng Yongchao<sup>1</sup>, Wang Yun<sup>1</sup>, Lin Xuling<sup>1,3\*</sup>



**Overview:** In order to achieve the measurement of gravitational wave signals in the millihertz frequency band, the space-based gravitational wave detection projects such as LISA, TianQin, and Taiji projects, which are based on laser interference systems, require the hardware noise floor of the interferometers to be lower than the interstellar weak light shot noise limit. This imposes stringent engineering specifications on the optical-mechanical design and the corresponding interferometer payload. This paper approaches the issue from the perspective of detection mode selection and derives the expressions of readout noise and stray light noise in the interference signal under the single detector mode and the balanced mode. Furthermore, a detailed discussion is provided on the weak-light interference process of the scientific interferometer. The results demonstrate that the balanced mode is capable of suppressing the interference phase noise caused by laser power fluctuations and backscattered stray light across multiple orders of magnitude. However, the suppression capability is constrained by the unequal splitting property of the beam combiner. To address this, a relative gain factor is introduced to compensate for the unequal splitting property of the beam combiner. Further analysis reveals that electronic gain compensation can only eliminate the impact of unequal splitting on one of the two noises rather than both simultaneously. Therefore, a balance must be struck in selecting gain compensation between the suppression of laser power fluctuation noise and stray light noise. Even with this consideration, the balanced mode still offers significant noise suppression capabilities at a magnitude difference, thus potentially reducing the engineering requirements for laser power fluctuations and telescope backscattered stray light.

Wu J G, Wang X Y, Bai S J, et al. Comparative study of detection modes for space-based gravitational wave observation[J]. *Opto-Electron Eng*, 2024, 51(2): 230134; DOI: [10.12086/oe.2024.230134](https://doi.org/10.12086/oe.2024.230134)

Foundation item: Project supported by National Key Research and Development Program of China (2021YFC220144, 2021YFC2202102, 2020YFC2200404, 2020YFC2202201); Chinese Academy of Space Technology Outstanding Youth Fund (LXL2022); China Aerospace Science and Technology Corporation Youth Elite Talents Fund (201981)

<sup>1</sup>Beijing Institute of Space Mechanics & Electricity, Beijing 100094, China; <sup>2</sup>School of Mathematical Science, Capital Normal University, Beijing 100048, China; <sup>3</sup>School of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou, Gansu 730000, China

\* E-mail: [gezila@sina.cn](mailto:gezila@sina.cn)